

8分 (1) 求下述矩陣之特徵值及特徵向量

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 2 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8分 (2) 試觀察中所量測到一質量 m 之圓柱浮標在水面上之上下自由運動為 $y = Ae^{\alpha t} \sin(\beta t + \theta)$ ，其中 A, α, β, θ 各為常數且 $\alpha < 0$ ，若此浮標運動之緩性阻尼為 c ，緩性彈性係數為 k ；求 $\frac{c}{m}$ 與 $\frac{k}{m}$ 之值與 A, α, β, θ 間之關係。

8分 (3) 解 $t^2 y'' - 5t y' + 8y = t^3$

8分 (4) 用 Laplace Transform 解 $y'' + 2t y' - 4y = 1, y(0) = y'(0) = 0$

8分 (5) 用級數法解 (4) 題

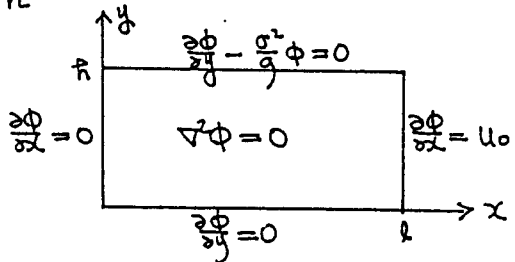
10分 (6) 已知一分子運動軌跡之位置向量 (position vector) $\vec{r}_p(t)$ 在卡氏直角坐標下可表示為 $\vec{r}_p(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ ，求圓柱坐標下 $(r(t), \theta(t), z(t))$ 速度向量 $\vec{v}(t)$ 及加速度向量 $\vec{a}(t)$ 之表示式。

請問以上之表示式為 Lagrangian 或 Eulerian 描述方式？

20分 (7) 求解下述問題

$\phi = \phi(x, y)$ ， σ, ρ 為正的常數 (positive constants)， u_0 為常數

$$\begin{cases} \nabla^2 \phi = 0, & 0 \leq x \leq l, 0 \leq y \leq h \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, & x = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} = u_0, & x = l \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, & y = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\sigma^2}{\rho^2} \phi = 0, & y = h \end{cases}$$



(8) 已知一複數函數為 $f(z) = \frac{2}{z(z-1)(z-2)}$

12分 (a) 求此函數對 $z=0$ ，對 $z=1$ ，對 $z=2$ 之 Laurent Series，並寫出其收斂範圍；求此函數在 $z=0, z=1, z=2$ 之殘值 (Residue)。

4分 (b) 求此函數在 z_0 之殘值

4分 (c) 求 $\oint_{|z|=3} f(z) dz$

10分 (9) 說明 Fourier Transform 與 Laplace Transform 間之關係。