

※ 考生請注意：本試題可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

1. 事件  $U, V, W$  發生的先驗機率分別為  $P(U)=0.35$ ， $P(V)=0.45$ ， $P(W)=0.5$ ，且已知  $U, V, W$  發生的條件下，事件  $T$  發生的機率分別為  $P(T|U)=0.5$ 、 $P(T|V)=0.6$ 、 $P(T|W)=0.4$ 。  
試計算機率  $P(T \cap V)$ 、 $P(U|T)$  和  $P(W|T)$ 。(15 分)

2. (1)  $X$  和  $Y$  為隨機向量，其共變異數矩陣 (Covariance matrix) 為  $\text{Cov}(X, Y)$ 。  
試證明下式成立：

$$\text{Cov}(A X + a, B Y + b) = A \text{Cov}(X, Y) B^T,$$

其中  $A, B$  為常數矩陣， $a, b$  為常數向量。(10 分)

- (2) 已知隨機向量  $W$  的期望值  $E[W]$  和其真值  $\mu$  的偏差向量為  $\delta = E[W] - \mu$ ，  
試證明其均方誤差矩陣  $\text{MSE}$  如下所示：

$$\text{MSE}(X, \mu) = \Sigma_{ww} + \delta \delta^T,$$

其中  $\Sigma_{ww}$  為隨機向量  $W$  的變方-協變方矩陣 (Variance-Covariance Matrix)。  
(10 分)

3. 原測設單位的某兩點間距離  $S$  之測量精度為  $\sigma_1$ 。今以測距精度為  $\sigma_2$  檢核此距離，  
請依統計原理訂定一個檢核通過的標準和擬定一個程序。(15 分)
4. 今欲檢定兩個全新同廠牌同型號的全測站儀器測角精度是否相等，在同樣的環境  
下，進行了以下的觀測，在顯著水準  $\alpha = 0.05$  之下，試檢定之。(10 分)

	全測站儀 A	全測站儀 B
樣本大小	26	26
樣本標準差	6.5"	7.8"

5. 一個測量平差模型如下所示，試問要進行哪些檢定，以及如何進行？

$$Y_i = a X_{i1} + b X_{i2} + c X_{i3}, \quad i = 1 \sim n,$$

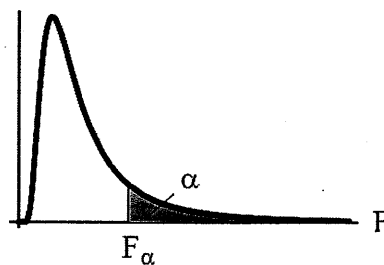
其中  $Y$  為觀測量， $X_{i1}$ 、 $X_{i2}$ 、 $X_{i3}$  為已知量， $a, b, c$  為待定參數。(20 分)

6. 單因子實驗所得的資料如下表，試檢定各因子水準的平均值是否有顯著的不同？(20 分)

	因子水準 1	因子水準 2	因子水準 3	因子水準 4
樣本數	6	5	8	9
樣本平均值	9.62	9.22	9.13	9.40
樣本標準差	0.035	0.052	0.028	0.043
全體平均值	9.34			

===== 以下為統計圖表 =====

**F 分配**



表格在第 3 頁和第 4 頁。

F-分配表

Degree of Freedom for Denominator	Upper-Tail Area $\alpha$	Degree of Freedom for Numerator										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
19	0.100	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.93
	0.050	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34
	0.025	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.76
	0.010	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36
20	0.100	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.91
	0.050	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31
	0.025	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.72
	0.010	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29
21	0.100	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92	1.90
	0.050	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28
	0.025	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.68
	0.010	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.24
22	0.100	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88
	0.050	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26
	0.025	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.65
	0.010	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18
23	0.100	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89	1.87
	0.050	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.24
	0.025	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.62
	0.010	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.14
24	0.100	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85
	0.050	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.22
	0.025	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.59
	0.010	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09
25	0.100	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87	1.84
	0.050	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.20
	0.025	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.56
	0.010	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	3.06
26	0.100	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.83
	0.050	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18
	0.025	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.54
	0.010	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02
27	0.100	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85	1.82
	0.050	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.17
	0.025	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.51
	0.010	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.99
28	0.100	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81
	0.050	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15
	0.025	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.49
	0.010	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96

F-分配表

Degree of Freedom for Denominator	Upper-Tail Area $\alpha$	Degree of Freedom for Numerator											
		12	14	16	20	30	40	50	75	100	200	$\infty$	
19	0.100	1.91	1.88	1.85	1.81	1.76	1.73	1.71	1.69	1.67	1.65	1.63	
	0.050	2.31	2.26	2.21	2.16	2.07	2.03	2.00	1.96	1.94	1.91	1.88	
	0.025	2.72	2.65	2.59	2.51	2.39	2.33	2.30	2.24	2.22	2.18	2.13	
	0.010	3.30	3.19	3.12	3.00	2.84	2.76	2.71	2.64	2.60	2.55	2.49	
20	0.100	1.89	1.86	1.83	1.79	1.74	1.71	1.69	1.66	1.65	1.63	1.61	
	0.050	2.28	2.22	2.18	2.12	2.04	1.99	1.97	1.93	1.91	1.88	1.84	
	0.025	2.68	2.60	2.55	2.46	2.35	2.29	2.25	2.20	2.17	2.13	2.09	
	0.010	3.23	3.13	3.05	2.94	2.78	2.69	2.64	2.57	2.54	2.48	2.42	
21	0.100	1.87	1.84	1.81	1.78	1.72	1.69	1.67	1.64	1.63	1.61	1.59	
	0.050	2.25	2.20	2.16	2.10	2.01	1.96	1.94	1.90	1.88	1.84	1.81	
	0.025	2.64	2.56	2.51	2.42	2.31	2.25	2.21	2.16	2.13	2.09	2.04	
	0.010	3.17	3.07	2.99	2.88	2.72	2.64	2.58	2.51	2.48	2.42	2.36	
22	0.100	1.86	1.83	1.80	1.76	1.70	1.67	1.65	1.63	1.61	1.59	1.57	
	0.050	2.23	2.17	2.13	2.07	1.98	1.94	1.91	1.87	1.85	1.82	1.78	
	0.025	2.60	2.53	2.47	2.39	2.27	2.21	2.17	2.12	2.09	2.05	2.00	
	0.010	3.12	3.02	2.94	2.83	2.67	2.58	2.53	2.46	2.42	2.36	2.31	
23	0.100	1.84	1.81	1.78	1.74	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.57	1.55	
	0.050	2.20	2.15	2.11	2.05	1.96	1.91	1.88	1.84	1.82	1.79	1.76	
	0.025	2.57	2.50	2.44	2.36	2.24	2.18	2.14	2.08	2.06	2.01	1.97	
	0.010	3.07	2.97	2.89	2.78	2.62	2.54	2.48	2.41	2.37	2.32	2.26	
24	0.100	1.83	1.80	1.77	1.73	1.67	1.64	1.62	1.59	1.58	1.56	1.53	
	0.050	2.18	2.13	2.09	2.03	1.94	1.89	1.86	1.82	1.80	1.77	1.73	
	0.025	2.54	2.47	2.41	2.33	2.21	2.15	2.11	2.05	2.02	1.98	1.94	
	0.010	3.03	2.93	2.85	2.74	2.58	2.49	2.44	2.37	2.33	2.27	2.21	
25	0.100	1.82	1.79	1.76	1.72	1.66	1.63	1.61	1.58	1.56	1.54	1.52	
	0.050	2.16	2.11	2.07	2.01	1.92	1.87	1.84	1.80	1.78	1.75	1.71	
	0.025	2.51	2.44	2.38	2.30	2.18	2.12	2.08	2.02	2.00	1.95	1.91	
	0.010	2.99	2.89	2.81	2.70	2.54	2.45	2.40	2.33	2.29	2.23	2.17	
26	0.100	1.81	1.77	1.75	1.71	1.65	1.61	1.59	1.57	1.55	1.53	1.50	
	0.050	2.15	2.09	2.05	1.99	1.90	1.85	1.82	1.78	1.76	1.73	1.69	
	0.025	2.49	2.42	2.36	2.28	2.16	2.09	2.05	2.00	1.97	1.92	1.88	
	0.010	2.96	2.86	2.78	2.66	2.50	2.42	2.36	2.29	2.25	2.19	2.13	
27	0.100	1.80	1.76	1.74	1.70	1.64	1.60	1.58	1.55	1.54	1.52	1.49	
	0.050	2.13	2.08	2.04	1.97	1.88	1.84	1.81	1.76	1.74	1.71	1.67	
	0.025	2.47	2.39	2.34	2.25	2.13	2.07	2.03	1.97	1.94	1.90	1.85	
	0.010	2.93	2.82	2.75	2.63	2.47	2.38	2.33	2.26	2.22	2.16	2.10	
28	0.100	1.79	1.75	1.73	1.69	1.63	1.59	1.57	1.54	1.53	1.50	1.48	
	0.050	2.12	2.06	2.02	1.96	1.87	1.82	1.79	1.75	1.73	1.69	1.65	
	0.025	2.45	2.37	2.32	2.23	2.11	2.05	2.01	1.95	1.92	1.88	1.83	
	0.010	2.90	2.79	2.72	2.60	2.44	2.35	2.30	2.23	2.19	2.13	2.06	