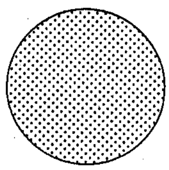
共五大題。作答時不必抄題，但必須標示題號。

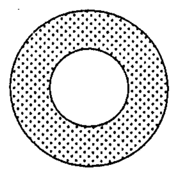
1. 解釋下列名詞 (每小題 4 分，共 20 分)
   (1) geoid (2) mean earth ellipsoid (3) spheropotential surface
   (4) deflection of the vertical (5) ellipsoidal height，
   並請繪圖表示四者之關係 (8 分)

2. 請繪出下列各物體的外部萬有引力等位面(至少二個等位面)和外部萬有引力線(至少二條)，必要時輔以文字說明。(假設各小題之物體是獨立存在的) (每小題 3 分，共 12 分)

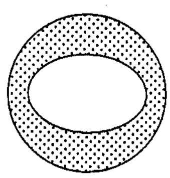
(1) 球體，總質量為 M，半徑為 R，均勻密度



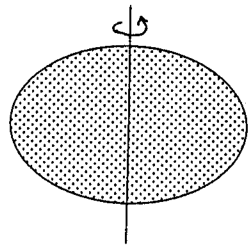
(2) 球體，總質量為 M，兩同心球半徑為 R_1 和 R_2 ($R_1 < R_2$)，小球密度為 ρ_1，小球以外密度為 ρ_2



(3) 球體(內含一橢球)，總質量為 M，球半徑為 R_1，橢球長軸半徑為 a，短軸半徑為 b，橢球內密度為 ρ_1，橢球以外密度為 ρ_2



(4) 旋轉橢球體，總質量為 M，長軸半徑為 a，短軸半徑為 b，橢球面為等位面



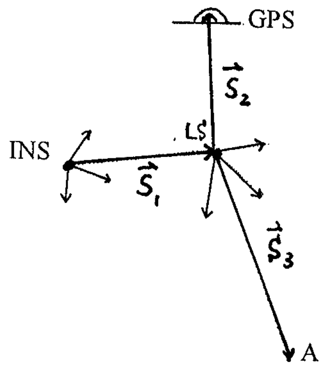
3. (1) 設水準點 P 的正高高程為 100.0 公尺，水準點 Q 和水準點 P 的重力位差 $W_Q - W_P$ 為 $-1.200 m^2 s^{-2}$，假設平均重力大小為 1000 gal，請估計水準點 Q 的正高高程。(註：正高 $H = \dfrac{C}{\bar{g}}$，C 為大地位數，$\bar{g}$ 為沿鉛垂線之平均重力) (10 分)

   (2) 假設重力位的精度為 σ_W，平均重力的精度為 σ_g，水準點 P 正高高程的精度為 σ_p，並假設重力位、平均重力和水準點 P 正高高程獨立不相關，則(1)中之水準點 Q 正高高程的精度為何？(10 分)

(背面仍有題目,請繼續作答)

128003

4. 右圖為慣性導航系統(INS)、GPS 天線相位中心和雷射掃瞄系統(LS)的坐標系關係圖，其中 $\vec{S}_1$、$\vec{S}_2$ 為三者間之相對位置向量，均參考於 INS 坐標系，$\vec{S}_3$ 為地面點 A 參考於 LS 坐標系之位置向量。GPS 天線相位中心坐標參考於 ITRF97 為已知，使用橢球為 WGS84 之旋轉橢球。假設從 LS 坐標系轉換至 INS 坐標系，以及從 ITRF97 轉換至 INS 坐標系的旋轉矩陣已知，試列出計算點 A 參考於 ITRF97 之坐標 (X_A, Y_A, Z_A) 的計算式。 (20 分)



5. (1) 若以經緯度 (λ,ϕ) 描述球面(半徑為 R)上各點點位坐標，則球面上兩點間的微小弧長的平方可以 $dS^2 = E\ d\phi^2 + 2F\ d\phi d\lambda + G\ d\lambda^2$ 表示之，試求 E、F、G。 (10 分)

(註：球面的參數表示式為 $R\cos\phi\cos\lambda\,\vec{i} + R\cos\phi\sin\lambda\,\vec{j} + R\sin\phi\,\vec{k}$
$\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ 為歐基里德空間的三個單位基底向量)

(2) 若將球面坐標投影至某一曲面，該曲面上點位坐標 (x,y) 和經緯度 (λ,ϕ) 之關係為

$$x = R\ (\lambda - \lambda_0)$$

$$y = R\ \ln\tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2})$$

請證明該投影為正形投影，並請求出投影尺度比例因子(Scale factor)。 (10 分)

(註： $\dfrac{d(\ln x)}{dx} = \dfrac{1}{x}$ ， $\dfrac{d\tan x}{dx} = \sec^2 x$)