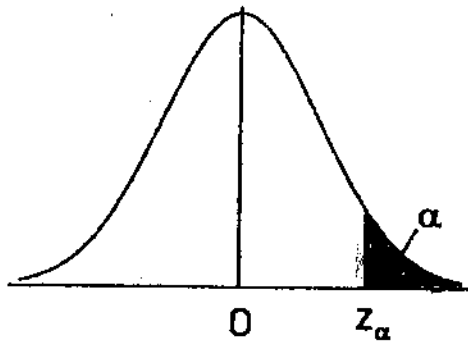


請注意:

- A. 本試題共六大題, 作答時不必抄題, 但應標示正確題號。
B. 解答時, 必須列出演算過程, 未列者不予計分。
C. 以下各題可能使用到的常態分配 (normal distribution) 之顯著水準 (significance level) α 和常態偏差 (normal deviate) z_α 值關係如下:



α	z_α
0.100	1.28
0.050	1.64
0.025	1.96
0.010	2.33
0.005	2.57
0.001	3.08

題目:

1. 觀測值 $L = 100$, 它的權為 0.25, 請將其化為權為 1 的觀測值。(5分)
2. 假設角度觀測值服從常態分佈, 今觀測一個角度 4 次, 得其平均值為 30° , 已知角度觀測精度為 $\pm 20''$, 求該角度真值的 95% 信賴區間 (confidence interval)。(15分)
3. 設水準測量往返測閉合差的限制值為 $7^{mm}\sqrt{K}$ (其中 K 為公里數)。若往返測的閉合差大於這個限制值, 則認為和此閉合差有關的往返測高程差至少有一個是錯誤的。假設水準測量往返測高程差及閉合差服從常態分佈, 且往測和返測為等權觀測且獨立不相關。請回答下列問題:
 - (a) 在顯著水準 $\alpha = 5\%$ 之下, 閉合差的標準誤差最大不得大於多少?
(10分)
 - (b) 承前一小題, 水準測量的觀測精度應為多少?(10分)

(背面仍有題目, 請繼續作答)

4. P 點的坐標協變方矩陣為

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -1.5 \\ -1.5 & 5 \end{bmatrix}$$

式中, x 表橫軸坐標, y 表縱軸坐標。試求

- P 點的誤差橢圓長軸和短軸半徑大小, 及長軸方位角。(12分)
 - 誤差橢圓的形狀和大小是否會隨著坐標系統的改變而異? 請解釋你的答案。(8分)
5. 觀測一個平面三角形的三內角, 觀測值如下:

$$L_1 = 80^\circ$$

$$L_2 = 40^\circ$$

$$L_3 = 60^\circ 00' 30''$$

且為等權、獨立不相關觀測。已知三角形其中二個頂點坐標分別為 $(x_1, y_1) = (200.00, 400.00)$ 和 $(x_2, y_2) = (300.00, 600.00)$, 請以最小二乘法和間接觀測平差法計算出第三個頂點的坐標。(20分)

6. 線性平差模型

$$AX + BV = W, \quad \Sigma_L = \Sigma_V$$

其中 A, B 為係數矩陣, V 為觀測量的改正數向量, X 為未知參數向量, W 為不符值向量, Σ_L 為觀測量的協變方矩陣。今以最小二乘法解此平差模型, 請回答下列問題:

- 求不符值向量 W 的協變方矩陣 (5分)
- 請列出 Lagrange 目標函數 (5分)
- 推導出法方程式 (不必求解) (10分)