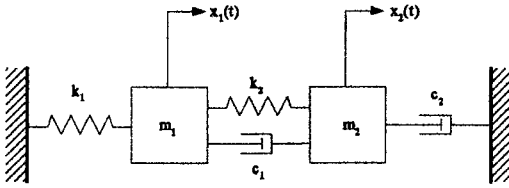


系所組別： 資源工程學系甲、乙組

考試科目： 工程數學

考試日期： 0223，節次： 3

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機

<p>1.</p> <p>24%</p>	<p>(a) 若 $\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \sin t$, 初始條件: $y(0) = 0$, 解 $y(t)$?</p> <p>(b) 若 $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + y(t) = \sin t$, 初始條件: $y(0) = 0, \frac{dy(0)}{dt} = 0$, 解 $y(t)$?</p> <p>(c) 若 $t \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + y(t) = t$, 解 $y(t)$?</p>
<p>2.</p> <p>10%</p>	<p>導出下圖之運動方程式並寫出其 Laplace 變換? (列式即可, 不需求解。)</p>  <p>初始條件: $x_1(0) = \alpha, \frac{dx_1(0)}{dt} = \beta, x_2(0) = \gamma, \frac{dx_2(0)}{dt} = \delta$</p>
<p>3.</p> <p>16%</p>	<p>(a) 求基本週期為 2π 之函數: $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ 之傅立葉級數(Fourier series)展開?</p> <p>(b) 求函數: $f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x \leq \pi \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ 之傅立葉變換 (Fourier transform)?</p>
<p>4.</p> <p>15%</p>	<p>若 $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}$ 利用 Gauss 消去法將之化簡為:</p> <p>(a) $\begin{bmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ 0 & 1 & u_{23} & u_{24} \\ 0 & 0 & 1 & u_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & 0 \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & l_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ 0 & 1 & u_{23} & u_{24} \\ 0 & 0 & 1 & u_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$</p> <p>· 求 u_{ij}, x_i, c_i, l_{ij}? (答案用分數表示)</p>
<p>5.</p> <p>15%</p>	<p>求 $[A] = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ 之秩(rank)? 特徵值(eigenvalues)? 及特徵向量(eigenvectors)?</p>
<p>6.</p> <p>20%</p>	<p>(a) $\vec{F}(x, y) = (2xy^2 + y)\vec{i} + (2x^2y + e^x y)\vec{j}$ 是否為保守場? (b) 求 $\frac{yz}{x} - \frac{x}{yz}$ 在 $(1, 2, 3)$ 處之梯度(gradient)? (c) 求 $\frac{yz}{x} - \frac{x}{yz}$ 在 $(1, 2, 3)$ 處與 x 座標方向之方向導數(directional derivatives)? (d) 求 $yz\vec{i} + xz\vec{j} - xy\vec{k}$ 在 $(1, 2, 3)$ 處之旋度(curl)?</p>