

國立成功大學

115學年度碩士班招生考試試題

編 號： 67

系 所： 資源工程學系

科 目： 統計學

日 期： 0204

節 次： 第 3 節

注 意： 1. 不可使用計算機
2. 請於答案卷(卡)作答，於
試題上作答，不予計分。

作答說明：

1. 請詳列計算過程與推導邏輯，僅寫出答案者不予計分。
2. 數值計算可保留根號、分數或指數形式（如 $\sqrt{50}$ 、 $\frac{1}{3}$ 或 e^{-2} ），無需轉換為小數點形式，除非題目指定。
3. 試題中若有假設未盡之處，請自行假設並說明理由。

一、簡答題 (10 分，每題 5 分)

1. 某離岸風場的風速分佈已知呈現顯著的右偏 (Right-skewed)。若工程師為了方便，直接假設風速服從常態分佈 (Normal Distribution) 來估算發電潛力。
請問這種做法會造成「高估」還是「低估」極大風速 (右尾極端值) 發生的機率？請簡述統計理由。(提示：請比較常態分佈與右偏分佈的尾部厚度)。
2. 在評估某項節能政策成效時，計算出的 p-value < 0.05 。分析師報告稱：「這代表該政策的效果非常顯著且巨大 (Significant and Large Effect)」。
請從統計學角度評論這句話的邏輯漏洞。(提示：區分 Statistical Significance 與 Effect Size)。

二、題組 (90 分)

1. (15%) 某輸電線路的故障次數服從 Poisson 分佈，歷史數據顯示平均每 10 年發生 2 次故障 (即 $\lambda = 0.2$ 次/年)。
 - (1) (7%) 請求出在未來 5 年內，「至少發生 1 次」故障的機率。
* 列出 Poisson 公式並代入數值，保留指數形式即可。
 - (2) (8%) 考慮氣候變遷導致極端天氣增加，假設故障率 λ 將逐年惡化，每年增加 10% (即第 t 年的故障率 $\lambda_t = 0.2 \times (1.1)^{t-1}$)。請列出計算「未來 5 年內系統完全不發生故障」機率的數學算式 (無需計算出結果，列出連乘或加總式即可)。
2. (25%) 某實驗室測試 A、B 兩種新型太陽能板在標準日照下的轉換效率。數據如下 (假設效率服從常態分佈)：
 - A 型： $n_A = 30$ ，平均效率 $\bar{x}_A = 20\%$ ，標準差 $s_A = 3\%$ 。
 - B 型： $n_B = 30$ ，平均效率 $\bar{x}_A = 22\%$ ，標準差 $s_A = 4\%$ 。

- (1) (10%) 假設兩母體變異數相等 ($\sigma_A^2 = \sigma_B^2$)，請建立兩者平均效率差 ($\mu_B - \mu_A$) 的 95% 信賴區間。(請列出包含 S_p (Pooled Sample Variance) 的完整計算式並代入數值，無需算出最終小數點結果；並解釋「若該區間包含 0」，對採購決策意味著什麼?)

- (2) (15%) 針對 A 型太陽能板，建立簡單線性回歸模型：

$$\text{Efficiency} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{Temperature} + \epsilon$$

給定部分 ANOVA 表如下 (總樣本 $n = 30$)：

來源	df	SS	MS	F
回歸	1	50	(a)	(c)
殘差	28	140	(b)	
總和	29	190		

- (6%) 請手算回填 (a) MS_{reg} 、(b) MS_{error} 與 (c) F 值。
 - (4%) 若估計出 $\hat{\beta}_1 = -0.5$ ，請解釋其物理意義。
 - (5%) 已知臨界值 $F_{0.05,1,28} \approx 4.2$ 。請判斷模型是否顯著？這對於考慮溫度效應的太陽能選址有何啟示？
3. (20%) 你是國家能源局的分析師，正試圖建立夏季尖峰負載 (Y) 的預測模型。變數包含：當日最高溫 (X_1) 與工業生產指數 (X_2)。

初步回歸模型：

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \epsilon$$

- (10%) 在殘差分析中，你發現殘差圖 (Residual Plot vs. X_1) 呈現明顯的「喇叭口狀發散」(即溫度越高，負載預測的誤差變異越大)。
 - (2%) 請寫出此統計現象的專有名詞。
 - (3%) 這種現象會對模型的影響為何？
 - (5%) 請提出模型的修正方法，並具體說明。
- (10%) 若要加入「工作日/週末」的效應，你定義了虛擬變數 D ($D=1$ 為工作日， $D=0$ 為週末)。
 - (5%) 若你懷疑「氣溫對負載的影響 (X_1) 在週末時會比工作日來得小 (因為工廠休息)」，請寫出完整的回歸方程式。

ii. (5%) 在上述方程式中，你應該對哪一個係數進行檢定，以確認你的懷疑是否屬實？
(請指明係數符號)。

4. (10%) 某雙迴路供電系統由線路 A 與線路 B 組成。

- 已知 A 的獨立故障率為 $P(A) = 0.1$ 。
- 若 A 發生故障，線路 B 因負載過載而故障的機率提升至 $P(B|A) = 0.6$ (原本 $P(B) = 0.1$)。

(1) (5%) 求系統發生「全黑 (兩線路皆斷)」的聯合機率。

(2) (5%) 若系統設計要求全黑機率低於 0.05，在無法改善 B 的情況下，線路 A 的故障率 $P(A)$ 需降至多少以下？

5. (4%) 某工廠排放廢水，環保局進行檢定 H_0 ：排放符合標準 vs H_1 ：排放超標。在此情境下，Type II Error (發生卻未檢出) 的後果通常比 Type I Error (誤判超標) 更嚴重 (環境不可逆破壞)。基於上述風險不對稱性，你會建議設定較大的 α (如 0.10) 還是較小的 α (如 0.01)? 請解釋原因。

6. (16%) 承上題，監測 10 個地點的 PM2.5 濃度，數據如下： $\bar{X} = 35, S = 10 (n = 10)$ 。法規標準為 $\mu \leq 30$ 。

(1) (6%) 建立檢定統計量 T，並寫出在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下的拒絕域 (Rejection Region)

(2) (10%) 已知環境污染物數據通常呈現嚴重右偏 (Right-skewed) 分佈。在樣本數 $n = 10$ 的情況下，直接使用 t-test 是否恰當？若不恰當，這會導致實際的 Type I Error 比你設定的 α 更大還是更小？

Table 2 Student's t Distribution Table (with right tail probability)

df	α													
	0,40	0,30	0,20	0,15	0,10	0,05	0,025	0,02	0,015	0,01	0,0075	0,005	0,0025	0,0005
1	0,325	0,727	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	15,895	21,205	31,821	42,433	63,657	127,321	636,619
2	0,289	0,617	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	4,849	5,643	6,965	8,073	9,925	14,089	31,599
3	0,277	0,584	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	3,482	3,896	4,541	5,047	5,841	7,453	12,924
4	0,271	0,569	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	2,999	3,298	3,747	4,088	4,604	5,598	8,610
5	0,267	0,559	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	2,757	3,003	3,365	3,634	4,032	4,773	6,869
6	0,265	0,553	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	2,612	2,829	3,143	3,372	3,707	4,317	5,959
7	0,263	0,549	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,517	2,715	2,998	3,203	3,499	4,029	5,408
8	0,262	0,546	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,449	2,634	2,896	3,085	3,355	3,833	5,041
9	0,261	0,543	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,398	2,574	2,821	2,998	3,250	3,690	4,781
10	0,260	0,542	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,359	2,527	2,764	2,932	3,169	3,581	4,587
11	0,260	0,540	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,328	2,491	2,718	2,879	3,106	3,497	4,437
12	0,259	0,539	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,303	2,461	2,681	2,836	3,055	3,428	4,318
13	0,259	0,538	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,282	2,436	2,650	2,801	3,012	3,372	4,221
14	0,258	0,537	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,264	2,415	2,624	2,771	2,977	3,326	4,140
15	0,258	0,536	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,249	2,397	2,602	2,746	2,947	3,286	4,073
16	0,258	0,535	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,235	2,382	2,583	2,724	2,921	3,252	4,015
17	0,257	0,534	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,224	2,368	2,567	2,706	2,898	3,222	3,965
18	0,257	0,534	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,214	2,356	2,552	2,689	2,878	3,197	3,922
19	0,257	0,533	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,205	2,346	2,539	2,674	2,861	3,174	3,883
20	0,257	0,533	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,197	2,336	2,528	2,661	2,845	3,153	3,850
21	0,257	0,532	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,189	2,328	2,518	2,649	2,831	3,135	3,819
22	0,256	0,532	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,183	2,320	2,508	2,639	2,819	3,119	3,792
23	0,256	0,532	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,177	2,313	2,500	2,629	2,807	3,104	3,768
24	0,256	0,531	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,172	2,307	2,492	2,620	2,797	3,091	3,745
25	0,256	0,531	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,167	2,301	2,485	2,612	2,787	3,078	3,725
26	0,256	0,531	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,162	2,296	2,479	2,605	2,779	3,067	3,707
27	0,256	0,531	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,158	2,291	2,473	2,598	2,771	3,057	3,690
28	0,256	0,530	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,154	2,286	2,467	2,592	2,763	3,047	3,674
29	0,256	0,530	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,150	2,282	2,462	2,586	2,756	3,038	3,659
30	0,256	0,530	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,147	2,278	2,457	2,581	2,750	3,030	3,646

Table 3 Snedecor's F Distribution Table (with right tail probability)

d.f.D.	$\alpha = 0.01$																		
	d.f.N.																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.36	2.27	2.17
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.23	2.13
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.29	2.20	2.10
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.17	2.06
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.87	2.73	2.57	2.49	2.41	2.33	2.23	2.14	2.03
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00