

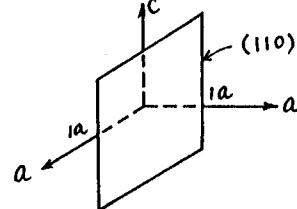
1. 一曲線通過(1,2), (2,4)及(5,3)三點，利用Lagrange內插法求通過此三點之二次式。(15分)

2. 錫英石屬正方晶系(tetragonal system)之礦物，其單位晶室之大小為  
 $a = 6.60 \text{ \AA}$ ,  $c = 5.98 \text{ \AA}$ 。參考下圖，求晶面a(100)與e(101)及e(101)與x(211)之夾角。(20分)

註：晶面是以密勒指數(Miller index)表示，其定義如下



截距	1a	1a	$\infty c$
倒數	1	1	$1/\infty$
密勒指數	1	1	0



3. 在一力場內，一單位質量質點所受之力為

$$\bar{F} = -\frac{x}{(\sqrt{x^2 + y^2})^3} \hat{i} - \frac{y}{(\sqrt{x^2 + y^2})^3} \hat{j}$$

求此質點沿第一象限中的橢圓  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  自(2,0)至(0,1)運動過程中， $\bar{F}$ 對此質點所作之功。(15分)

4. 利用梯形近似積分法求積分  $\int_0^2 \frac{dx}{x^3 + 1}$  之值，令  $n=10$ ，並計算至小數第6位。(15分)

5. 求級數  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos^n \theta}{n!}$  之值。(15分)

6. 求被曲面  $r = \cos\theta$ ,  $r = 1-\cos\theta$ ,  $z = r^2$  及  $z = r^2 \sin^2\theta$ (圓柱座標方程式)所包圍的體積。(20分)

備用公式：

$$\begin{aligned}\int \sin^2 x \, dx &= \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} = \frac{x}{2} - \frac{\sin x \cos x}{2} \\ \int \sin^3 x \, dx &= \frac{\cos^3 x}{3} - \cos x \\ \int \sin^4 x \, dx &= \frac{3x}{8} - \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32} \\ \int \sin^5 x \, dx &= -\frac{5 \cos x}{8} + \frac{5 \cos 3x}{48} - \frac{\cos 5x}{80} \\ \int \sin^6 x \, dx &= \frac{5x}{16} - \frac{15 \sin 2x}{64} + \frac{3 \sin 4x}{64} - \frac{\sin 6x}{192} \\ \int \sin^7 x \, dx &= -\frac{35 \cos x}{64} + \frac{7 \cos 3x}{64} - \frac{7 \cos 5x}{320} + \frac{\cos 7x}{448} \\ e^x &= 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int \cos^2 x \, dx &= \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} = \frac{x}{2} + \frac{\sin x \cos x}{2} \\ \int \cos^3 x \, dx &= \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} \\ \int \cos^4 x \, dx &= \frac{3x}{8} + \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32} \\ \int \cos^5 x \, dx &= \frac{5 \sin x}{8} + \frac{5 \sin 3x}{48} + \frac{\sin 5x}{80} \\ \int \cos^6 x \, dx &= \frac{5x}{16} + \frac{15 \sin 2x}{64} + \frac{3 \sin 4x}{64} + \frac{\sin 6x}{192} \\ \int \cos^7 x \, dx &= \frac{35 \sin x}{64} + \frac{7 \sin 3x}{64} + \frac{7 \sin 5x}{320} + \frac{\sin 7x}{448} \\ \sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots, \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots,\end{aligned}$$