

- 導出牛頓法解方程式的公式，並解下面之方程式，須列出各計算步驟，有效數字須達六位： $e^x - \tan x = 0$ 。(10分)
- 證明由  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  三向量所構成的四面體體積為  $\vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c}$  之六分之一。(10分)
- 三地下水監測井之座標及地下水位高如下：井A(0, 0), -10；井B(10, 0), -8；井C(5, 20), -9，單位為m，求地下水位面方程式，如AB線方向為正東則地下水方向為何(以方位角表示，如N32°E)？(15分)
- 求擺線  $\vec{r} = 2(t - \sin t)\vec{i} + 2(1 - \cos t)\vec{j}$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ) 與x-軸圍成的區域(厚度 = 1，密度 = 1)之質量。(15分)
- 計算在圓球  $x^2 + y^2 + z^2 = 4y$  內及圓錐  $x^2 + y^2 = z^2$  外之體積。(15分)
- 求下面各式之極限值  
a)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{1/x}$     b)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln x$     c)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 2x)^{\csc x}$ 。(15分)
- 求級數 a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin n\theta}{n!}$  與 b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos n\theta}{2^n}$  之值。(10分)
- 橄欖石屬斜方晶系(orthorhombic system)礦物，其一般化學式為  $(\text{Mg}, \text{Fe})_2\text{SiO}_4$ ，為典型之固溶(solid solution)礦物，現有一橄欖石樣品，其單位晶室常數測得為  $a = 4.78 \text{ \AA}$ ,  $b = 10.30 \text{ \AA}$ ,  $c = 6.02 \text{ \AA}$ ，密度測得為  $3.7186 \text{ g/cm}^3$ ，橄欖石之單位晶室分子數( $Z$ ) = 4，計算此橄欖石真正之化學式。(10分)  
( $\text{Mg} = 24.305$ ,  $\text{Fe} = 55.847$ ,  $\text{Si} = 28.086$ ,  $\text{O} = 16.0$ , Avogadro no. =  $6.022 \times 10^{23}$ )

備用公式：

$$\int \sin^4 x \, dx = \frac{3x}{8} - \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32}$$

$$\int \sin^6 x \, dx = -\frac{5 \cos x}{8} + \frac{5 \cos 3x}{48} - \frac{\cos 5x}{80}$$

$$\int \sin^8 x \, dx = \frac{5x}{16} - \frac{15 \sin 2x}{64} + \frac{3 \sin 4x}{64} - \frac{\sin 6x}{192}$$

$$\int \cos^4 x \, dx = \frac{3x}{8} + \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32}$$

$$\int \cos^6 x \, dx = \frac{5 \sin x}{8} + \frac{5 \sin 3x}{48} + \frac{\sin 5x}{80}$$

$$\int \cos^8 x \, dx = \frac{5x}{16} + \frac{15 \sin 2x}{64} + \frac{3 \sin 4x}{64} + \frac{\sin 6x}{192}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$