

1. 求解下列積分：(15%)

(a) $\int 10^x dx = ?$

(b) $\int_0^{\pi} x \sin x dx = ?$

(c) $\int_0^1 \frac{x-1}{\ln x} dx = ?$

2. 計算下列極限：(15%)

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \ln x = ?$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{2x} = ?$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2\left(\frac{i\pi}{4}\right)}{i+1} = ?$

3. 求解 $f(x) = \ln x$ 於 $x=3$ 之 Taylor 級數展開及其收斂區間？(14%)

4. 如圖4-1所示，求解半徑均為 a 互相直交二圓柱共同部份之體積？(14%)

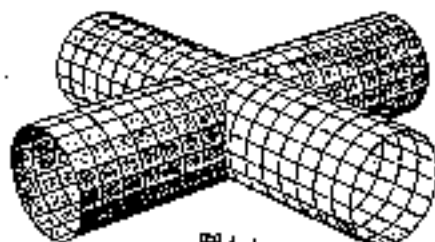


圖4-1

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\int x \sqrt{a^2 - x^2} dx = -\frac{1}{3} \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\int \sin^{-1}(x) dx = x \sin^{-1}(x) + \sqrt{1-x^2}$$

5. 對於包絡表面為 S 之任意平滑體積(smooth volume) V ，證明：(14%)

(a) $\iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{u} dV = \iint_S \vec{u} \cdot \vec{n} dS$

(b) $\iint_S \vec{n} dS = \vec{0}$

6. 一原子沿如圖6-1所示之軌跡進行六角螺旋運動(spiral)，求此原子之運動軌跡方程式？(14%)

7. 利用 Gauss 消去法將下列方程組：

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 0 \\ 4 & 25 & 26 & 9 \\ 2 & 26 & 44 & 34 \\ 0 & 9 & 34 & 89 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 51 \\ 94 \\ 171 \end{bmatrix} \quad (7-1)$$

化簡為：

$$\begin{bmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ 0 & 1 & u_{23} & u_{24} \\ 0 & 0 & 1 & u_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad (7-2)$$

求解(7-2)式中所有之未知係數 u_{ij} 、 x_i 以及 b_i ？(14%)

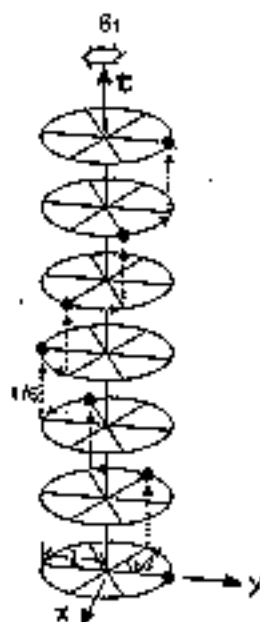


圖6-1