

1. 求解下列積分：(21%)

(a)  $\int_1^2 \ln x dx = ?$

(b)  $\int_0^\pi \sin^3 x dx = ?$

(c)  $\int_0^{0.5} \sqrt{1-x^2} dx = ?$

2. 計算下列極限：(21%)

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = ?$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{2x} = ?$

(c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{\sin(i\theta)}{i!} = ?$

3. 求解  $f(x) = \sin(x)$  對  $x = \pi$  之 Taylor 級數展開及其收斂區間？(18%)

4. 已知：

$$\begin{bmatrix} 7 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}$$

求  $\lambda$  與相應之  $\{x_1 \ x_2 \ x_3\}^T$ ？(20%)

5. 若在 2 維度空間中有一力場：

$$\vec{F} = (x^2 - 3y)\vec{i} + (2x - y^2)\vec{j}$$

求解該力場對如圖所示路徑 OABC 所作之功？(20%)

