

1. (21%)

求解下列極限？

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{2/x}$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n \frac{\sin(i\theta)}{i!}$

2. (14%)

求解下列積分？

(a) $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$

(b) $\int \sin^{-1}(x) dx$

3. (21%)

已知三維空間中有三點 A(12, 5, 0)、B(0, 4, 0)與 C(12, 0, 6)，求解

- (a) 此三點所構成之平面方程式？
(b) 該平面方程式與 x-y 平面之交線方程式？
(c) 該平面與 x-y 平面之交角？

4. (15%)

一內半徑為 a 之圓球(sphere)內裝一正圓柱(right circular cylinder)，求此正圓柱最大可能之體積？

5. (14%)

推導平面 Laplacian(∇^2)之極坐標(r, θ)表示？

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

6. (15%)

求解 z 的五個根(roots)？

$$z^5 + 32 = 0$$