

1. (10%)

若  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = 0$ , 求  $y(x) = ?$

2. (10%)

若  $\frac{dx}{dt} + 15x + 10y - 60 = 0$ ,  $\frac{dx}{dt} - 2\frac{dy}{dt} + 5x - 10y = 0$ ,  $x(0)=0$ ,  $y(0)=0$ ,  
求  $x(t) = ?$   $y(t) = ?$   $t > 0$

3. (10%)

一質量為  $m$  之物體在傾角為  $\theta$  之斜面上，由靜止開始下滑：(列出方程式即可，不需求解)

(a) 若不計空氣阻力，但考慮物體與斜面之摩擦力(摩擦係數為  $\mu$ )，試列出控制該物體速度( $v$ )之方程式?

(b) 若空氣阻力之大小與速度成正比(阻力係數為  $\kappa$ )且一併考慮物體與斜面之摩擦力，試列出控制該物體速度( $v$ )之方程式?

4. (10%)

若  $f(x, y) = x \sin(y^2) + y \cos(xy)$ , 求  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = ?$   $\frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2} = ?$

5. (10%)

若  $z(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $x(t) = e^t$ ,  $y(t) = \sin t$ , 求  $\frac{dz}{dt} = ?$

6. (10%)

若一心臟線之極座標表示為  $r = 2(1 + \cos\theta)$ , 求此心臟線所包絡之面積?

7. (10%)

求  $(10, 0)$  至  $y=4x^2$  之最短距離?

8. (10%)

求  $\vec{F} = (y+z)\vec{i} + (z+x)\vec{j} + (x+y)\vec{k}$  沿著曲線  $C: t\vec{i} + t^2\vec{j} + t^3\vec{k}, 0 < t < 1$  的線積分  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{R} = ?$

9. (10%)

求  $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 7 \end{bmatrix}$  之逆矩陣?

10. (10%)

若  $2\frac{\partial u}{\partial x} + u = 0$ , 求  $u(x, y)$  之通解?