

1. (10%)
若 $f(x) = a^x, a > 0$, 求 $f(x)$ 對 $x = 0$ 之 Taylor 展開式?
2. (10%)
求 (a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^x = ?$, (b) $\lim_{h \rightarrow 0^+} (1+ah)^{1/h} = ?$
3. (10%)
一質量為 m 之物體在傾角為 θ 之斜面上, 由靜止開始下滑: (列出方程式即可, 不需求解)
(a) 若不計空氣阻力, 但考慮物體與斜面之摩擦力(摩擦係數為 μ), 試列出控制該物體速度(v)之方程式?
(b) 若空氣阻力之大小與速度成正比(阻力係數為 κ)且一併考慮物體與斜面之摩擦力, 試列出控制該物體速度(v)之方程式?
4. (10%)
若 $f(x, y) = x \sin(y^2) + y \cos(xy)$, 求 $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = ?$ $\frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2} = ?$
5. (10%)
若 $z(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x(t) = e^t$, $y(t) = \sin t$, 求 $\frac{dz}{dt} = ?$
6. (10%)
若一心臟線之極座標表示為 $r = 2(1 + \cos\theta)$, 求此心臟線所包絡之面積?
7. (10%)
求 $(10, 0)$ 至 $y = 4x^2$ 之最短距離?
8. (10%)
求 $\vec{F} = (y+z)\vec{i} + (z+x)\vec{j} + (x+y)\vec{k}$ 沿著曲線 $C: t\vec{i} + t^2\vec{j} + t^3\vec{k}, 0 < t < 1$ 的線積分 $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{R} = ?$
9. (10%)
求 $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 7 \end{bmatrix}$ 之逆矩陣?
10. (10%)
若 $f(x) = (|x| - |x-1|)^2$, 求 (a) $\frac{df(x)}{dx} = ?$ (b) $\int_{-1}^1 f(x) dx = ?$