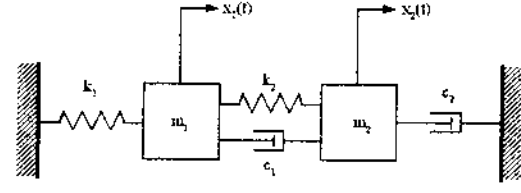


注意：1. 必須列出計算過程，只列答案不予計分。2. 禁止使用程式型計算機。

1. 15%	<p>若 <math>m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = 0</math>, 初始條件：<math>y(0) = 0, \frac{dy(0)}{dt} = 0</math> 其中 <math>m, c, k</math> 為已知正實數，解 <math>y(t)</math> 並依據 <math>m, c, k</math> 間之關係繪出 <math>y(t)</math> 對 <math>t</math> 之示意圖？</p>
2. 20%	<p>導出下圖之運動方程式並寫出其 Laplace 變換？(列式即可，不需求解。)</p>  <p>初始條件：<math>x_1(0) = \alpha, \frac{dx_1(0)}{dt} = \beta, x_2(0) = \gamma, \frac{dx_2(0)}{dt} = \delta</math></p>
3. 20%	<p>(a) 求基本週期為 <math>2\pi</math> 之函數：<math>f(x) = \begin{cases} -1, &amp; -\pi &lt; x \leq 0 \\ 1, &amp; 0 &lt; x \leq \pi \end{cases}</math> 之傅立葉級數(Fourier series)展開？(b) 以上述問題為例說明在 <math>x = \pi</math> 處，傅立葉級數會收斂至何值？(c) 扼要說明 Gibbs 現象？</p>
4. 15%	<p>若 <math>\begin{bmatrix} 4 &amp; 0 &amp; 2 &amp; 1 \\ 2 &amp; 4 &amp; -1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 &amp; 0 &amp; 5 \\ 1 &amp; 3 &amp; -2 &amp; 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}</math> 利用 Gauss 消去法將之化簡為：</p> <p>(a) <math>\begin{bmatrix} 1 &amp; u_{12} &amp; u_{13} &amp; u_{14} \\ 0 &amp; 1 &amp; u_{23} &amp; u_{24} \\ 0 &amp; 0 &amp; 1 &amp; u_{34} \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}</math> (b) <math>\begin{bmatrix} 4 &amp; 0 &amp; 2 &amp; 1 \\ 2 &amp; 4 &amp; -1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 &amp; 0 &amp; 5 \\ 1 &amp; 3 &amp; -2 &amp; 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ell_{11} &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 \\ \ell_{21} &amp; \ell_{22} &amp; 0 &amp; 0 \\ \ell_{31} &amp; \ell_{32} &amp; \ell_{33} &amp; 0 \\ \ell_{41} &amp; \ell_{42} &amp; \ell_{43} &amp; \ell_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 &amp; u_{12} &amp; u_{13} &amp; u_{14} \\ 0 &amp; 1 &amp; u_{23} &amp; u_{24} \\ 0 &amp; 0 &amp; 1 &amp; u_{34} \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{bmatrix}</math></p> <p>· 求 <math>u_{ij}, x_i, c_i, \ell_{ij}</math> ?</p>
5. 10%	<p>求 <math>[A] = \begin{bmatrix} -2 &amp; 2 &amp; -3 \\ 2 &amp; 1 &amp; -6 \\ -1 &amp; -2 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> 之特徵值及特徵單位向量？</p>
6. 10%	<p>計算 <math>\int_0^1 x^{0.7} \ln x dx = ?</math> (令 <math>J(a) = \int_0^1 x^a dx = \frac{1}{a+1}, a &gt; -1</math>, 並利用 Leibniz 公式。)</p>
7. 10%	<p>(a) 求 <math>yz - \frac{x}{yz^2}</math> 在 <math>(2, 1, -1)</math> 處與 <math>x, y, z</math> 座標正向夾相等角度方向之方向導數 (directional derivatives) ? (b) 求 <math>yz\bar{i} + xz\bar{j} - xy\bar{k}</math> 在 <math>(2, 1, -1)</math> 處之旋度(curl) ?</p>