

注意：1. 第 1 題請在答案卷上繪製相同的空格作答。2. 禁止使用程式型計算機。

## 1. 15%

方程式	自變數	因變數	幾階	幾元	常?	線性?	幾次
$y^{(iv)} + 4x^2y = y^3$	$x$	$y$					
$u_x + v_y = x^2, u_y - v_x = \cos y$	$x, y$	$u, v$					
$v_x + x v_y = v_u$	$x, y, t$	$v$					

## 2. 15%

(a) 若  $t^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - t \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0$ ，求  $y(t)$ ? (b) 若  $\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + y = \sin x$ ，求  $y(x)$ ?(c) 若  $\frac{dx(y)}{dy} = x + y + 2$ ，求  $x(y)$ ?

## 3. 20%

(a) Laplace 變換的條件為何? (b) 求  $f(t) = \begin{cases} 1, & 1 \leq t \leq 2 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$  之 Laplace 變換?(c) Fourier 變換的條件為何? (d) 求  $f(t) = \begin{cases} e^{-t}, & t \geq 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$  之 Fourier 變換?

## 4. 10%

若  $\frac{\partial u(x, y)}{\partial x \partial y} = 0$ ， $0 \leq x, y \leq 1$ ，且  $u(x, 0) = x(1-x)$ ， $u(0, y) = y$ ， $u(1, y) = y$ ，求  $u(x, y) = ?$ 

## 5. 15%

若  $[A] = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 6 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ ，(a) 求  $[A]$  之秩(rank)? (b) 求  $[A]$  之跡(trace)? (c) 求  $[A]$  之反矩陣?

## 6. 10%

(a) 求以  $(-1, 0, 1)$ ， $(2, -1, 4)$ ， $(2, 1, 5)$ ， $(-2, 1, 4)$  為四頂點之四面體體積?(b) 求從  $(-2, 0, 1)$  到  $(-1, 0, 1)$ ， $(0, -1, 1)$ ， $(1, 1, -2)$  三點所成平面之最短距離?

## 7. 15%

求  $\frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  在  $(1, 1, 1)$  處之 (a) 散度(divergence)? 及 (b) 旋度(curl)?(c) 求  $\sin(x + 2y + 3z)$  在  $(2\pi, -\pi, 0)$  處往什麼方向其位置變化率為最大?