

本試題是否可以使用計算機: 可使用, 不可使用 (請命題老師勾選)

1. (a) 解 $x \frac{dy(x)}{dx} - y(x) = 2x$? (5%)
(b) 解 $\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + 16y(x) = \cos 4x$? (5%)
(c) 解 $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} = \frac{\partial u(x, y)}{\partial y}$? (5%)
2. (a) 求 e^a 之拉普拉斯變換? 其中 a 為常實數。(5%)
(b) 求 $\sin(bt)$ 之拉普拉斯變換? 其中 b 為常實數。(5%)
(c) 求 $\frac{1}{(s-1)(s+3)}$ 之反拉普拉斯變換? (5%)
3. 解釋為何矩陣加法與純量對矩陣的乘法合乎線性空間之定義? (15%)
4. 若 $[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 計算 $[A]^6$? (15%)
5. 推導傅立葉級數(Fourier series)的公式: $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right)$
其中 $a_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) dx$, $a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx$, $b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$,
 $f(x)$ 有何限制條件? (15%)
6. 說明力學之質量(m)-阻尼(c)-彈簧(k)系統與電學之電阻(R)-電容(C)-電感(L)系統二者間之等效性? 請繪圖說明並列出二系統之控制方程? (15%)
7. 敘述高斯散度定理? (10%)