

本試題是否可以使用計算機:  可使用,  不可使用 (請命題老師勾選)

1. (a)  $\frac{dy}{dx} + y = x$ , 求一般解  $y(x) = ?$  (6%)
  - (b)  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = 0$ , 求一般解  $y(x) = ?$  (6%)
  - (c) 求解  $y(t) = 1 + \int_0^t (t-\tau)y(\tau)d\tau$  ? (6%)
  - (d) 求解  $\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t-2)$ ,  $y(0) = 0$ ,  $\frac{dy}{dt}(0) = 0$  ? (6%)  
 其中  $u(t-2) = \begin{cases} 0 & 0 < t < 2 \\ 1 & 2 \leq t \end{cases}$
  - (e)  $\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} - y^2 u(x,y) = y \sin x$ , 求一般解  $u(x,y) = ?$  (6%)
2. 若  $u = (x+2y+3z)^{-1}$ ,  $\vec{s} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ , 計算
    - (a)  $\vec{\nabla} u$  ? (5%)
    - (b)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} u$  ? (5%)
    - (c)  $\frac{du}{ds}$  at  $(2, 0, 1)$  ? (5%)
    - (d) 在  $(2, 0, 1)$  處  $u$  在那一個方向之方向導數有極值? (5%)
3. (a) 對  $f(x) = x$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , 進行 Fourier 半幅正弦級數(half range sine)展開? (10%)
  - (b) 對  $f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ , 進行 Fourier 變換? (10%)
4. 求  $[A] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  之
    - (a) 行列式? (5%)
    - (b) 秩(rank)? (5%)
    - (c) 反矩陣? (5%)
    - (d) 特徵值及特徵單位向量? (10%)
    - (e)  $[A]^{10}$ ? (5%)