

系所組別：資源工程學系甲、乙組

考試科目：工程數學

考試日期：0307，節次：3

※ 考生請注意：本試題 可 不可 使用計算機

1. (a)  $\frac{dy}{dx} + y = y^2$ ，求一般解  $y(x) = ?$  (6%)
- (b)  $\frac{d^2y}{dx^2} + 3x\frac{dy}{dx} + y = 0$ ，求一般解  $y(x) = ?$  (6%)
- (c) 求解  $y(t) = 1 + \int_0^t y(t-\tau)d\tau$  ? (6%)
- (d) 求解  $\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \delta(t-2)$ ， $y(0) = 0$ ， $\frac{dy}{dt}(0) = 0$  ? (6%)
- 其中  $\delta(t-2) = \begin{cases} 0 & t \neq 2 \\ \infty & t = 2 \end{cases}$  且  $\int_0^\infty \delta(t-2)dt = 1$
- (e)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u = 0$ ，求一般解  $u(x, y) = ?$  (6%)

2. 若  $u = \sin(x + 2y + 3z)$ ， $\vec{s} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ，計算

- (a)  $\vec{\nabla}u$  ? (5%)
- (b)  $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}u$  ? (5%)
- (c)  $\frac{du}{ds}$  at  $(2\pi, 0, \pi)$  ? (5%)
- (d) 在  $(2\pi, 0, \pi)$  處  $u$  在那一個方向之方向導數有極值 ? (5%)

3. (a) 對  $f(x) = 1$ ， $0 \leq x \leq 1$ ，進行 Fourier 半幅餘弦級數(half range cosine)展開 ? (10%)(b) 對  $f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ ，進行 Fourier 積分 ? (10%)4. 求  $[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  之

- (a) 列簡化梯式矩陣(row reduced eschelon matrix) ? (5%)
- (b) 秩(rank) ? (5%)
- (c) 反矩陣 ? (5%)
- (d) 特徵值及特徵單位向量 ? (10%)
- (e)  $[A]^{10}$  ? (5%)