

※ 考生請注意：本試題 可 不可 使用計算機

- 若  $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = 0$ ,  $x > 2$  且  $y(2)=1$ ,  $y'(2) = 0$ , 求解  $y(x) = ?$  (7%)
- 若  $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + y(t) = \delta(t-1)$ , 其中  $\delta(t)$  為 Dirac delta function, 求解  $y(t)$ ? (7%)
- 若  $y(t) = -t + \int_{-\infty}^{-t} y(t-u) \sin(u) du$ , 求解  $y(t)$ ? (6%)
- $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ ,  $S$  為半徑為 1, 球心為  $(0, 0, 0)$  之球之包絡表面, 計算  $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dA$ ? 其中  $\vec{n}$  為單位外法向量,  $dA$  為面積單元。(10%)
- 若  $u = z - \sqrt{x^2 + y^2}$ , 計算(a)通過點  $(1, -1, \sqrt{2})$  曲面  $z - \sqrt{x^2 + y^2} = 0$  之單位法向量(unit normal)與切平面(tangent plane)? (10%) (b) $u$  在  $(0, 0, 2)$  處往  $\vec{s} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$  之方向導數? (5%)
- 若  $f(x)$  之基本週期為 1 且  $f(x) = x, 0 \leq x \leq 1$ , 求(a) $f(x)$  之 Fourier 級數? (5%) (b) $f(x)$  之 Fourier 級數之相位角表示(phase angle form)? (5%)
- 對  $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ , 分別進行(a)Fourier cosine 變換? (5%) (b)Fourier sine 變換? (5%) (c)  $\int_0^{\infty} \frac{\sin(w) \cos(w/2)}{w} dw = ?$  (5%)
- 若  $[A] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 7 \\ 3 & 1 & 5 & 14 \end{bmatrix}$  (a)求  $[A]$  之列簡化梯狀矩陣(reduced row echelon matrix) $[A]_R$ ? (5%) (b)求使  $[A] = [\Omega][A]_R$  之  $[\Omega]$ ? (5%) (c)求  $[A]$  之列空間(row space)? (5%) (d)求  $[A] \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$  之解空間(solution space)? (5%)
- 若  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  且  $u(0, t) = u(1, t) = 0, t > 0; u(x, 0) = 0$  and  $\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = \sin(2\pi x), 0 < x < 1$ , 解  $u(x, t)$ ? (10%)