

本試題是否可以使用計算機： 可使用， 不可使用（請命題老師勾選）

一. 求解下述之微分方程：

(10%) $x^2 y'' - 5xy' + 10y = 0$; $y(1) = 6$, $y'(1) = 20$

二. 求通過點 $A(1, -2, 4)$ 及點 $B(6, 1, 1)$ 之直線

(5%) 參數式。

三. 一運動曲線可以向量表示為 $F = 3ti - 2j + t^2k$;(15%) t 為時間變數。試求此曲線之曲率 $\rho = ?$ (5%)(b) 切線向量 T 之表示式? (5%) (c) 法線向量 N 之表示式? (5%)四. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$; 請將矩陣 A

(15%)

對角化，並寫出其結果。

五. 已知 $F = x^2i - 2xyj$, C 為三頂點 $(1, 1)$, $(4, 1)$,(15%) $(2, 8)$ 之三角形。請用葛林定理 (Green's Theorem)計算 $\oint_C F \cdot dR = ?$

(背面仍有題目, 請繼續作答)

編號: G286 系所: 製造工程研究所甲組 科目: 工程數學

本試題是否可以使用計算機: 可使用, 不可使用 (請命題老師勾選)

六. 已知 $X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$; $X'(t) = \begin{bmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{bmatrix}$; $X(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 10 \end{bmatrix}$;

(15%)

$$A = \begin{bmatrix} -0.3 & 0.3 \\ 0.2 & -0.4 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{II} \quad X'(t) = AX(t) + B$$

請以 Laplace 方法求解上式之 $X(t) = ?$

七. (a) 已知 $f(t) = \begin{cases} 100, & 0 \leq t \leq 1 \\ -100, & -1 \leq t < 0 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$; 求 $f(t)$ 之傅立葉轉換。

(15%)

(b) 已知 $f(t) = \begin{cases} 10t, & -\pi \leq t \leq \pi \\ 0, & |t| > \pi \end{cases}$; 求 $f(t)$ 之傅立葉積分。

(c) 當 $t = \pi, -\pi, -\pi < t < \pi$, 則 (b) 之傅立葉積分將收斂至何值?

編號：G 286 系所：製造工程研究所甲組

科目：工程數學

本試題是否可以使用計算機： 可使用， 不可使用（請命題老師勾選）

八 已知 $f(z) = \frac{1}{z} + \frac{2}{z+2i} + \frac{3}{z+3i}$ ； C 為一圓心

(10%) 在 $-3i$ ，半徑 0.3 之圓路徑。

求 $\oint_C f(z) dz = ?$