

國立成功大學

111學年度碩士班招生考試試題

編 號： 72

系 所： 機械工程學系

科 目： 工程數學

日 期： 0219

節 次： 第 3 節

備 註： 不可使用計算機

編號：72

國立成功大學 111 學年度碩士班招生考試試題

系 所：機械工程學系

考試科目：工程數學

考試日期：0219，節次：3

第 1 頁，共 2 頁

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

1. (a) Evaluate $\oint_C (x^2 - y^2)dx + (2y - x)dy$, where C is $y = x^3$ from $(0, 0)$ to $(1, 1)$ and $y = x^2$ from $(1, 1)$ to $(0, 0)$. (10%)

(b) Find the equation of the tangent plane to $z = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + 4$ at $(1, -1, 5)$. (10%)

2. Solve $\begin{cases} x_1' = 3x_1 + 3x_2 + 8 \\ x_2' = x_1 + 5x_2 + 4e^{3t} \end{cases}$ for $y(0) = 0$ and $y'(0) = 0$ (15%)

3. Solve $x^3y''' + x^2y'' - 2xy' + 2y = x^3 \ln x$ for $y(1) = 1$ and $y'(1) = 2$ (15%)

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

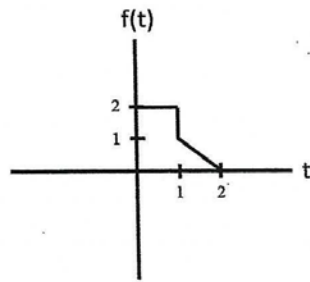
4. (a) Let A be an $n \times n$ symmetric matrix. To prove the eigenvector corresponding to distinct eigenvalues are orthogonal. (5 分)

(b) To construct an orthogonal matrix from the eigenvectors of the

$$\text{given matrix } A = \begin{bmatrix} 7 & 4 & -4 \\ 4 & -8 & -1 \\ -4 & -1 & -8 \end{bmatrix} \quad (5 \text{ 分})$$

5. Solve $f(t) = 3t^2 - e^{-t} - \int_0^t f(\tau)e^{(t-\tau)} d\tau$ for $f(t)$ (10 分)

6. Find the Laplace transform to solve following unit step function (10 分)



7. To solve the heat equation by Fourier transform. (10 分)

$$k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0, \quad \text{subject to}$$

$$u(x, 0) = f(x) \quad \text{where} \quad f(x) = \begin{cases} u_0, & |x| < 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

8. (a) To evaluate $\oint_c \frac{z+1}{z^4+4z^3} dz$, where c is the circle $|z| = 1$ (5 分)

(b) To evaluate $\oint_c \frac{z}{z^2+9} dz$, where c is the circle $|z - 2i| = 4$ (5 分)