

(30%) 1. 試求出下列各函數之導數

(a) $f(x) = \ln(\cos x)$ (求一階導數)

(b) $f(x) = e^{x^2}$ (求一階導數)

(c) $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$ (求一階導數)

(d) $f(x) = \ln(1+x)$ (求 n 階導數)

(e) $\begin{cases} x = a(\theta - \sin \theta) \\ y = a(1 - \cos \theta) \end{cases}$

求這組參數方程所確定的函數的二階導數。

(30%) 2. 試求出下列各函數之積分：

(a) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$ (不定積分)

(b) $\int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x^4}$ (不定積分)

(c) $\int e^x \sin x dx$ (不定積分)

(d) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ (定積分)

(e) $I = \iint_R (1 - \frac{x}{4} - \frac{y}{3}) d\sigma$

$R: -2 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1$

求出此二重積分之值？

(20%) 3. 試求出原点到曲面 $(x-y)^2 - z^2 = 1$ 的最短距離？

(註：以拉格朗日乘數法則求解)

(20%) 4. 試求出球面

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$$

與圓柱面

$$x^2 + y^2 = 2ax$$

所包圍之體積？

(註：指含在柱體內部部份)