

(20%) 1. 求函數  $F(x) = x^3 - x^2 - x + 2$  之極大值、極小值、反曲點及畫出圖形。

(20%) 2. 微分下列各函數：

(a)  $f(x) = x^2 e^{2x}$

(b)  $g(x) = \sqrt{1 + e^x}$

(c)  $h(x) = (1 + e^{-3x^2})^3$

(d)  $k(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$

(20%) 3. 積分下列各函數

(a)  $\int_{-3}^{-1} \frac{1}{(2-3t)^3} dt$

(b)  $\int \frac{t^2}{(1+t^2)^2} dt$

(c)  $\int_{-1}^1 t(1-t^2)^5 dt$

(d)  $\int_1^2 \frac{1}{t^2} \sqrt{1 - \frac{1}{t}} dt$

(20%) 4. 若橢圓  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  具有週長  $L$ ，試證明：

(a)  $L = 4a \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - e^2 \sin^2 u} du$ ， $e = \sqrt{a^2 - b^2}/a$

(b) 利用 Schwarz - Bunyakowsky 不等式證明

$$L \leq \pi \sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

(c) 利用梯形法證明

$$L > \frac{\pi}{2} (a + b + \sqrt{a^2 + b^2}) / 2$$

(20%) 5. 求半橢圓  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ ， $y \geq 0$  之區域形心。