

(10%) 1. 若有一物質在一線上移動之位移函數 S 滿足以下之微分方程:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -k^2s \quad (k \text{ 為常數}), \text{ 則可稱該質為簡諧運動, 試證明}$$

$s(t) = A \sin kt + B \cos kt$ 滿足該微分方程式 (A, B 為常數).

(10%) 2. 試求 $F(x) = a \sin x + b \cos x$ 之極大值及極小值 (a, b 為常數)

(15%) 3. 試求 $F(x) = x^3 - 5x^2 - 8x + 20$ 之反曲點、極大值及極小值.

(20%) 4. 試求下列各題之第一階及第二階微分 (對 y 微分)

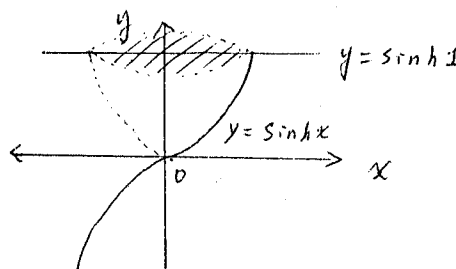
(a) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3$ 於 $(x, y) = (1, 4)$ 處

(b) $x^2 + y^2 = 25$ 於 $(x, y) = (4, 3)$ 處

(c) $x^3 + 3xy + y^2 = 5$ 於 $(x, y) = (1, 1)$ 處

(d) $\frac{y^2}{x+y} = 1 - x^2$ 於 $(x, y) = (1, 0)$ 處

(10%) 5. 試利用 Simpson's rule ($n=4$) 計算 $y = \sinh x$, $y = \sinh 1$ 及 $x=0$ 所圍成區域, 對 y 軸旋轉所產生之體積.



(35%) 6. 試求下列各題之積分

(a) $\int \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx$

(f) $\int \frac{x^2}{(1+x^3)^2} dx$

(b) $\int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{1+x}} dx$

(g) $\int_{-3}^{-1} \frac{1}{(2-3x)^3} dx$

(c) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} dx$

(d) $\int \frac{x}{x\sqrt{x^2-1}} dx$

(e) $\int_0^1 \sqrt{x} \sqrt{1+x\sqrt{x}} dx$