

1. (20%) 求下列函數的微分  $\frac{dy}{dx}$ :

(a)  $y = \left(\frac{\ln x}{x}\right)^e$ .

(b)  $y = x^{\sin x}$ .

(c)  $y = |\sin x|$ .

(d)  $y = \log_x e$ .

(e) 曲線  $r = 1 - \cos \theta$  上任一點的切線斜率.

2. (10%) 試證  $e^x > \frac{1}{1+x}, \forall x > 0$ .

3. (20%) 將曲線  $r = a(1 + \cos \theta)$  繞  $x$  軸旋轉一周之旋轉體表面積.

4. (10%) 求函數  $f(x) = \int_0^x \sqrt{t^2 + 2t} dt, 2 \leq x \leq 4$ , 的弧長.

5. (20%) 曲面  $S: z = x^2 + 3y^2 + 2$  交垂直平面  $P: 3x + 4y + 6 = 0$  於空間曲線  $C$ .

(a) 設  $C_1$  為  $C$  在  $x-y$  平面上的正投影. 求  $C_1$  方程式.

(b) 如取  $x(t) = 4t - 2$ , 求  $C$  之參數方程.

(c) 今在平面  $P$  上有一直線  $L$  與  $C$  相切於  $(2, -3, 33)$  點, 求  $L$  之參數方程.

(d) 求  $S$  在  $(2, -3, 33)$  點切面  $P_1$  之方程式.

6. (20%) 試求下列積分

(a)  $\int \frac{\cos x}{\cos(a+x)} dx$ .

(b)  $\int \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$ .

(c)  $\int \frac{1}{x^4 + 4} dx$ .

(d)  $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$ .

(e)  $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos(\alpha x + \beta) dx$ .