

(10%) 1. 試証二曲線 $3y = 2x + x^4 y^3$ 及 $2y + 3x + y^5 = x^3 y$ 在原點 $(0, 0)$ 之切線互相垂直。

(20%) 2. 請微分下列各函數：

(a) $f(x) = \frac{(4x-3)x^2}{(2x+1)(3x-2)}$

(b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{2}}$

(c) $f(x) = \cos^2\left(\frac{1+e^x}{1-e^x}\right)$

(d) $f(x) = \ln\left(\frac{1+\sin x}{1-\cos x}\right)$

(10%) 3. 若 $x > 1$, 試証 $1 - \frac{1}{x} \leq \int_1^x \frac{dx}{x} \leq x - 1$ 。

(30%) 4. 請積分下列各式：

(a) $\int_{-1}^2 |(x^2-1)| dx$

(b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3+2\sin x}$

(c) $\int \frac{x dx}{(x^2+x+1)^2}$

(d) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$

(15%) 5. 試求 $f(x) = -x^3 + 3x - 5$ 之極大值, 極小值及反曲點, 並畫出圖形。

(15%) 6. 球心在原點 $(0, 0, 0)$, 半徑為 r 之半球體, 若坐標系統為 (x, y, z) , 而此半球體之 $x \geq 0$, 請問其重心坐標為何?