

(20%) 1. 請微分下列各函數：

$$(a) f(x) = (2x+3)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}\right) \quad (b) f(x) = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{1+x}}{\sqrt{x} + \sqrt{1+x}}$$

$$(c) f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) \quad (d) f(x) = x^x$$

$$(e) f(x) = \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{e^x}\right)$$

(10%) 2. 作一上方開口的圓錐形紙盒，如限定使用材料的面積為  $C$  (定數)，試求底面半徑及罐高，使此罐的容量為最大。

(10%) 3. 請描出  $y = \frac{x^3+1}{x+1}$  的曲線。

(30%) 4. 請積分下列各式：

$$(a) \int_{-1}^1 |2x+1| dx$$

$$(b) \int_{-2}^3 (4x-1) dx$$

$$(c) \int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2}$$

$$(d) \int_1^2 \frac{1}{x^2} \sqrt{1-\frac{1}{x}} dx$$

$$(e) \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4}}$$

$$(f) \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \cos x dx$$

(15%) 5. 請求橢圓  $3x^2 + 4y^2 = 48$  繞  $x$  軸旋轉所得物體的體積。

(15%) 6. 請求平面  $x+2y+z=1$  上一点至原點最近的座標。