

本試題是否可以使用計算機: 可使用, 不可使用 (請命題老師勾選)

(15%) 1. 試證圓的外接三角形以正三角形的邊長合為最小值。

(20%) 2. 請微分下列各函數:

$$(a) f(x) = \frac{1-x}{x^2+1} \quad (b) f(x) = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{x}}}$$

$$(c) f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{2x} \quad (d) f(x) = \tan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

(15%) 3. 請計算出 $y = \sin x$ 在 $[0, \pi]$ 區域之重心。

(15%) 4. 請計算出 $f(x) = -2x^3 + x^2 + 3$ 之極大值, 極小值與反曲點, 並畫出圖形。

(20%) 5. 請積分下列各函數:

$$(a) \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \quad (b) \int_0^1 xe^{x^2} dx$$

$$(c) \int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^4} \quad (d) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x dx$$

(15%) 6. 請計算橢圓體 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 之體積。