

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

1. (40 分) 下列常微分方程式；  $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = f(t)$ ,  $\dot{y}(0) = y(0) = 0$
- (a) 如果該系統輸入為  $f(t)$  且輸出為  $y(t)$ ，請求出該系統的 Transfer function (10 分)
  - (b) 如果  $f(t) = e^{-t} + \sin 2t$ ，解  $y(t)$ 。(20 分)
  - (c) 如果  $f(t) = u(t) - u(t-1)$ ，求其解！並約略畫出其解。其中  $u(t)$  為 unit step function。(10 分)

2. (20 分) 單位圓上的座標為  $(x_1, x_2)$  經過下列矩陣映射至  $(y_1, y_2)$

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

- (a) 那麼  $(y_1, y_2)$  離原點最長及最短距離分別為何？(10 分)
- (b) 那麼  $(y_1, y_2)$  離原點最長及最短距離是由單位圓上哪些點映至而成。請求其  $(x_1, x_2)$  座標為何？(10 分)

3. (10 分) 請求下列的 Inverse Laplace transformation

(a)  $\frac{1}{(s-a)(s+b)}$ , (b)  $\frac{1}{(s-\sqrt{2})(s-\sqrt{3})}$  (各 5 分)

4. (10 分)  $\vec{A} = i + k$  及  $\vec{B} = i + 2j + 3k$ 。請求  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  (inner product) 及  $\vec{A} \times \vec{B}$  (cross product)。

5. (10 分) 如果 A 為 3x3 矩陣且有下列映射關係

$$A \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 8 \end{bmatrix} \quad \text{及} \quad A \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- (a) 從上述映射關係是否可以求得矩陣 A？並說明理由 (5 分)

- (b) 那麼  $A \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \\ 7 \end{bmatrix} = ?$ ，是否求得？可請求其解，不可請說明理由！(5 分)

6. (10 分) 如果  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，試求  $\det A$