

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

1. (15 分) 下列訊號 $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$ ，且 $y(t) = X_1(t) @ X_2(t)$ ；@ 表示 convolution 運算
 - (a) 利用積分式表示 $y(t)$ 。(5 分)
 - (b) 如果 $X_1(t) = X_2(t) = u(t)$ (unit step function) 試求 $y(t)$ 。(5 分)
 - (c) 如果 $X_1(t) = u(t)$ (unit step function), $X_2(t) = \cos t$ 試求 $y(t)$ 。(5 分)

2. (20 分) 兩向量 $\vec{A} = (2 \ 1 \ 2)$ ， $\vec{B} = (1 \ -4 \ 1)$
 - (a) 求 $\vec{A} \cdot \vec{B}$ (inner product)。(5 分)
 - (b) 求 $\vec{A} \times \vec{B}$ (vector product or cross product)。(5 分)
 - (c) 求 \vec{A} 和 \vec{B} 兩向量間之夾角。(5 分)
 - (d) 試證明 \vec{A} 和 \vec{B} 兩向量為線性獨立或線性相依。(5 分)

3. (10 分) 試推導 $\sin \omega t$ 的 Laplace transformation 為 $\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ 。

4. (20 分) 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ，回答下列問題
 - (a) 試求 A^{-1} 。(5 分)
 - (b) 試求一 Nonsingular 矩陣 Q 使得 $QAQ^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。(5 分)
 - (c) 有一圓， $x_1^2 + x_2^2 = 1$ ，圓上的點經 $A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ ，試求向量 $(y_1 \ y_2)$ ，離原點最長與最短距離為何？(10 分)

5. (20 分) 常微分方程式 $\dot{y}(t) + 5y(t) + 6y(t) = f(t)$ ， $\dot{y}(0) = y(0) = 0$ ；
 - (a) $f(t)$ 為系統輸入， $y(t)$ 為系統輸出，系統 Transfer function 為何？(5 分)
 - (b) 若 $f(t) = \cos t$ ，試求 $y(t)$ 。(10 分)
 - (c) 若 $f(t) = u(t) - u(t-1)$ ， $u(t)$ 為 unit step function，請不用計算約略畫出 $y(t)$ ，並說明你的結果依據理由為何？(5 分)

6. (15 分) 請回答下列問題；
 - (a) 請說明 Fourier series 和 Fourier integral 的差異？(10 分)
 - (b) 請說明訊號的頻率意義為何？(5 分)