

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

一、選擇題，請選出最合適的答案（60 分，每題 3 分）

1. 假設  $X$  代表安康市每周意外事故發生的次數，而下表為意外發生次數機率分布：

意外事故發生次數	3	4	5	6
機率 $P(X)$	0.2	0.3	0.3	0.2

請問此機率分布的平均數為何？

- (A) 3.5
- (B) 4.5
- (C) 2.5
- (D) 3

2. 承第 1 題，請問此機率分布的變異數為何？

- (A) 1.05
- (B) 0.89
- (C) 0.85
- (D) 1.02

3. 請問下列哪一敘述統計量受到離群值 (outlier) 的影響最小？

- (A) 平均數
- (B) 中位數
- (C) 組距
- (D) 標準差

4. 若  $X$  服從二項分配 (Binomial Distribution)，且  $X \sim B(10, 0.5)$ ，試求  $E(X^2 + X)$

- (A) 30.5
- (B) 31.5
- (C) 32.5
- (D) 33.5

5. 若  $P(A) = 0.2$ ， $P(B) = 0.6$ ，當  $A$  與  $B$  互斥時，求  $P(A \cup B)$ ？

- (A) 0.8
- (B) 0.68
- (C) 0.4
- (D) 0.12

6. 承第 5 題，若 A 與 B 為獨立時，求  $P(A \cup B)$ ?

- (A) 0.8
- (B) 0.68
- (C) 0.4
- (D) 0.12

7. 若已知某常態母體的變異數為 4，若要求樣本平均數與母體平均數之差小於 0.1 的機率要超過 0.95，則應抽多少樣本?

- (A) 400
- (B) 1600
- (C) 800
- (D) 1000

8. 小明觀察到一組隨機樣本，數據如右：23, 15, 11, 20, 28, 36, 13, 10, 20, 24。則上述樣本的標準差最接近?

- (A) 7.95
- (B) 8.16
- (C) 6.99
- (D) 7.43

9. 承第 8 題，下列敘述何者不正確?

- (A) 第 75 百分位數為 23.5
- (B) 中位數與眾數相等
- (C) 平均數為 20
- (D) 此組數字分布接近對稱

10. 若資料具異質變異性，在其他古典假設都成立時以最小平方法進行估計，請問下列敘述何者正確?

- (A) 係數估計式具不偏性
- (B) 標準誤的估計式不需要調整
- (C) 係數估計式仍具最佳線性不偏的性質
- (D) 以上皆非

11. 假設過去 10 年當中，A 股票的平均報酬率為 8.4%，股票波動標準差為 2.1%；B 股票的平均報酬率為 3.6%，股票波動標準差為 0.9%。請問下列敘述何者正確?

- (A) A 股票的變異係數 (Coefficient of variation) 最大
- (B) B 股票的變異係數最大
- (C) A 股票與 B 股票的變異係數相同
- (D) 資訊不足，無法判斷

12. 假設  $X$  與  $Y$  對應關係如下  $(X, Y): (1, 5), (2, 9), (4, 7), (5, 7)$ ，請問  $X$  與  $Y$  的相關係數為何？
- (A) 0.226  
(B) 0.412  
(C) 0.528  
(D) 0.364
13. 根據柴比雪夫定理 (Chebyshev's Theorem)，觀察值有多少機率會落於  $\pm 2.25$  標準差之間？
- (A) 至少 80.25%  
(B) 至少 75.25%  
(C) 至少 55.56%  
(D) 至少 95.25%
14. 下列關於單因子變異數分析 (One-way ANOVA) 的敘述何者有誤？
- (A)  $F$  統計量不可能為負數  
(B) 分子自由度為組別數-1  
(C) 分母自由度為總樣本數-組別數  
(D)  $F$  分配為一對稱分布
15. 當隨機樣本數很大時，樣本比例  $\hat{p}$  的分配近似於下列哪一分配？
- (A) 二項分配 (Binomial distribution)  
(B) 均等分配 (Uniform distribution)  
(C) 常態分配 (Normal distribution)  
(D) 以上皆非
16. 關於隨機樣本平均數的標準差，下列哪一個敘述正確？
- (A) 隨者樣本數增加而增加  
(B) 隨著樣本數減少而增加  
(C) 不隨樣本數而改變  
(D) 隨著樣本數增加可能增加或減少，變動方向不一定
17. 某公司為了是否舉辦尾牙活動，因此隨機抽樣調查 100 名員工，其中有 50 名員工贊成，求贊成比例的 95% 信賴區間
- (A)  $0.37 < p < 0.51$   
(B)  $0.41 < p < 0.59$   
(C)  $0.47 < p < 0.62$   
(D)  $0.38 < p < 0.55$

18. 小強排隊買電影票，平均等候時間為 5 分鐘，且等候時間為指數分配，請問小強排隊超過 5 分鐘才買到電影票的機率為？(提示：尤拉常數  $e = 2.71828$ )

- (A) 0.50  
(B) 0.37  
(C) 0.63  
(D) 0.17

19. 已知  $X$  為遊客到達某台南市古蹟服務台的間隔時間， $X$  服從指數分配且  $E(X) = 15$  分。若  $Y$  為每小時到達該服務台的遊客人數，請問  $Y$  的期望值為？

- (A) 1/15  
(B) 4  
(C) 8  
(D) 15

20. 承 19 題，請問  $Y$  為何種分配？

- (A) 常態分配 (Normal distribution)  
(B) 二項分配 (Binomial distribution)  
(C) 泊松分配 (Poisson distribution)  
(D) 伽瑪分配 (Gamma distribution)

## 二、問答與計算題 (共 40 分，兩大題)

1. 小翔使用以下線性機率模型進行研究：

$$y_i = \alpha + \beta x_i + e_i,$$

其中  $y_i$  標示居民  $i$  「平時是否開車上班」，為小翔隨機抽取台南市大學里居民進行訪問所獲得的資料，若居民  $i$  開車上班則將  $y_i$  記為 1，若為其他上班方式則為令  $y_i = 0$ ； $x_i$  是「居住處所與上班地點間的距離」，是小翔逐一輸入居民  $i = 1, \dots, n$  的居住地址再利用地理資訊導航軟體計算而得；至於  $\alpha$ 、 $\beta$  與  $e_i$  則分別為截距參數、斜率參數與誤差項。

- (1) 請問上述迴歸中， $\beta$  的最小平方法估計式是否仍為最佳不偏估計式 (the best linear unbiased estimator)? 請詳細解釋。(10 分)
- (2) 請問  $y_i$  的期望值如何詮釋？(2 分)
- (3) 除了遺漏變數 (omitted variables) 的問題外，利用上述模型進行估計還有什麼實務上的缺點？請列舉一項詳細說明，並說明可能解決的方法。(8 分，若列出超過一項，只以第一項計分)

(下頁尚有題目!!)

2. 為瞭解教學方法 A 與 B 的成效差異，小儒隨機抽取 10 名大學生進行實驗並將這些受測人員再隨機分成各 5 人的小組。進行教學後，所有人員都立即參加隨堂測驗，並將該成績作為學習成效的衡量。成績如下

教學方法	分數
A	6, 5, 7, 4, 8
B	9, 8, 7, 6, 10

(1) 請完成下列變異數分析 (ANOVA) 表。(10 分)

	平方和 (SS)	自由度 (df)	均方和 (MS)	F 值
組間	(a)	(e)	(h)	(k)
組內	(b)	(f)	(i)	
全體	(c)	(g)	(j)	

(2) 若小儒考慮以最小平方法估計下列迴歸模型：

$$y_i = \alpha + \beta x_i + e_i,$$

其中被解釋變數  $y_i$  為受測者  $i$  的隨堂測驗分數；解釋變數  $x_i$  為虛擬變數：若受測人員  $i$  在 A 組其值為 1，反之若在 B 組則為 0。請完成下表，並說明如何求得。(6 分)

參數	估計值	標準誤	t 值
$\beta$	(l)	1	(n)
$\alpha$	(m)	0.707	8.487

(3) 請檢定兩組平均分數沒有差異？(4 分，提示  $t_{(0.90,df=8)}=1.397$ ,  $t_{(0.95,df=8)}=1.860$ ,  $t_{(0.975,df=8)}=2.306$ ,

$$t_{(0.90,df=9)}=1.383, t_{(0.95,df=9)}=1.833, t_{(0.975,df=9)}=2.262)$$