

本試題是否可以使用計算機:  可使用,  不可使用 (請命題老師勾選)

1. 求積分  $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2} dx$  (10分)
2. 求積分  $\int_1^2 \frac{\arcsin(\ln x)}{x} dx$  (10分)
3. 求極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln i - \ln n \right)$  (10分)
4. 設冪級數  $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n$ , 求其收斂範圍, 並求其和. (10分)
5. 設  $f(x) = x \cdot \ln x$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ , 求  $f^{(n)}(x)$ . (10分)
6. 求函數  $f(x, y) = xy - 2x - y + 6$  在由  $(0, 0)$ ,  $(0, 8)$ ,  $(4, 0)$  為頂角之三角形區域之絕對極值. (10分)
7. 設曲線方程式  $y'' = y^2 - x^2$ , 求曲線上具水平切線之點. (10分)
8. 試證  $u(x, t) = \frac{1}{2} [f(x-ct) + f(x+ct)]$  滿足 Wave Equation  

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$
 (10分)
9. 試證橢圓  $x = a \cos t$ ,  $y = b \sin t$  的弧長等於正弦曲線  $y = c \sin \frac{x}{c}$  的一波之長, 其中  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ . (10分)
10. 求  $\iint_R \left( \frac{2x-y}{2x+y} \right)^2 dA$ , 其中  $R$  為由  $2x-y=1$ ,  $2x-y=2$ ,  $2x+y=1$ ,  $2x+y=4$  所圍之區域. (10分)