

# 國立成功大學

## 115學年度碩士班招生考試試題

編 號：43

系 所：地球科學系

科 目：普通物理

日 期：0204

節 次：第 2 節

注 意：1.不可使用計算機  
2.請於答案卷(卡)作答，於  
試題上作答，不予計分。

不可使用計算機

1. (10%+10%+10%) 薛丁格方程  $\left(-\frac{\hbar}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x)\right) \psi(x) = E\psi(x)$  可用於描述物質波的行為。現有一個寬度為  $a$  的無限位能井(infinite square well)，其位能可寫為

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq a \\ \infty, & x > a \end{cases}$$

粒子在井內的波函數可寫為  $\psi(x) = A\sin(kx) + B\cos(kx)$ ，其中  $k^2 \equiv \frac{2mE}{\hbar^2}$ 。(a)求解無限位能井內的能階  $E_n$ ，其中  $n$  為整數。(b)求解係數  $A$  與  $B$ 。(c)證明在基態(ground state)時，在無限位能井左邊  $1/4$  範圍內粒子出現的量子機率小於古典機率。

Hint:  $\int \sin^2(ax) = \frac{x}{2} - \frac{1}{2a} \sin(ax)\cos(ax) + c$

2. (5%+10%+5%) Maxwell's equations (1)  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$  (2)  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$  (3)  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$  (4)  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ 。(a)為什麼(2)式的等號右手邊為 0。(b)假設真空中的電磁波方程為  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$ ， $\psi$  為

電場  $E$  或是磁場  $B$ 。試推導  $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$  為真空中電磁波的波速。(c)畫出真空中電磁波傳遞能量的方向與電場以及磁場的關係。

Hint: 想像電磁波內電場或磁場隨位置與時間的函數行為，以此求解波方程。

Hint: 波向量  $k = 2\pi/\lambda$ ，角頻率  $\omega = 2\pi f$ ，波速  $v = \lambda f$

3. (10%+10%+5%+5%) 一個質量為  $m$  的質點連接一彈性係數為  $k > 0$  的彈簧系統，在無摩擦的水平面上做一維運動。初始位置  $x(0) = x_0$ ，初始速度  $v(0) = 0$ ，其力方程可寫為  $F = -kx$ 。(a)求位置  $x(t)$  與速度  $v(t)$  的時間演化式。(b)由  $\frac{dE}{dt}$  的結果解釋該系統總能量是否守恆。(c)求平衡位置。(d)該平衡是否為穩定平衡，說明理由。

4. (10%+5%+5%) 寫出理想氣體狀態方程，並說明其中每個物理量的意義。假設大氣處於靜力平衡，即

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

其中  $P$  為壓力， $z$  高度， $\rho$  是氣體密度， $g$  是重力常數。(a)假設溫度  $T$  為常數，求解  $\rho$  與  $z$  的關係式，以得出大氣密度會隨高度增加而減小。(b)比熱 (specific heat) 物理意義。(c)從比熱的角度，解釋為何海洋附近的氣溫日夜變化較小，沙漠地區的日夜溫差較大。