1. 求 $\lim\limits_{x \to 0} (x + e^{2x})^{\frac{1}{x}}$. (8%)

2. 設 $P(x) = 1/(1 + x^2)$，經計算得到下列數值：

$Q_1 = P(\frac{1}{6}) + P(\frac{1}{2}) + P(\frac{5}{6}) = 2.3631369$,

$Q_2 = Q_1 + P(\frac{1}{3}) + P(\frac{2}{3}) = 3.9554446$,

$Q_3 = Q_2 + P(0) + P(1) = 5.4554446$,

$Q_4 = \frac{2}{9}(2Q_1 + Q_2 + Q_3) = 3.1415918$

所得到的 Q_4 與 π（$= 3.14159265 \cdots$）非常接近，是否巧合？請說明理由。 (20%)

3. 設 $F = F(x, u)$，其中 $u = u(x)$；設 $G(x) = F(x, u(x))$；

設 $F_x = \frac{\partial F(x, u)}{\partial x}$，$F_u = \frac{\partial F(x, u)}{\partial u}$，$F_{xx} = \frac{\partial^2 F(x, u)}{\partial x^2}$，

$F_{xu} = \frac{\partial^2 F(x, u)}{\partial x \partial u}$，$F_{uu} = \frac{\partial^2 F(x, u)}{\partial u^2}$，$u_x = \frac{du(x)}{dx}$，

$u_{xx} = \frac{d^2 u(x)}{dx^2}$. 請以 x, u, F_x, F_u, F_{xx}, F_{xu}, F_{uu}, u_x

u_{xx} 等表示 $\frac{d^2 G(x)}{dx^2}$. (20%)

4. 求 $\int \sin\sqrt{x}\, dx$. (8%)

5. 求 $\int x^3 \tan^{-1}(x^2)\, dx$. (10%)

6. 設 $F(x, y, z) = x^2 + 2y + z^2$. 在點 $(1, 1, 1)$ 欲使 F 的值下降最快，應指向什麼方向？ (12%)

7. 求 $\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2 + y^2)}\, dx\, dy$. (11%)

8. 求 $\iint\limits_R (x^2 + xy + y^2)\, dx\, dy$，其中 R 是以 $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$ 三點為頂點的三角形。 (11%)

（總計 100%）