

一、某次考試有選擇題25題每題四分，假設學生都沒有準備，完全靠運氣答題，每題都是單選五選一。設 X 表示某考生答對的題數， Y 表示該考生的分數，試問：

- (一) X, Y 何者為隨機變數? (3%)
- (二) X, Y 何者為二項分配? (3%)
- (三) $P(X=25)=?$ (只寫形式不必計算) (3%)
- (四) $P(Y=25)=?$ (只寫形式不必計算) (3%)

二、設一盒置3球，標號 $\{1, 2, 3\}$ 。盒中每球被抽之機率均等，今擬抽出2個球為一樣本 (x_1, x_2) ，令 x_i 為第 i 次抽之球號($i=1, 2$)，若 $\bar{X} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ，

- (一) 求全盒球號之平均數及變異數。 (3%)
- (二) 該2球係以不還原論序方式抽出
 - 1. 寫出此實驗之樣本空間。 (2%)
 - 2. 求 \bar{X} 抽樣分配。 (3%)
 - 3. 求 \bar{X} 分配之 $\mu_{\bar{X}}$ 及 $\sigma_{\bar{X}}$ 。 (3%)
 - 4. 以理論公式驗證 3. 所求得之結果。 (2%)

三、一人在100週之每週搭10趟公車之誤點資料如下，欲檢定其是否符合二項分配，經已估得 $\bar{x}=4.2$ 及有關之理論次數 e 如表內所示：

誤點數 x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
機率 $f(x)$	0.004	0.031	0.102	0.196
觀察次數 o	0	2	8	19	29	26	13	3	0	0	0
理論次數 e	0.4	3.1	10.2	19.6	24.9	21.6	13.0	5.4	1.5	0.2	0.0

- (一) 誤點數為2時，其 $f(2)$ 及理論次數 e 係如何求得? (3%)
- (二) 推求檢定統計量 χ^2 之值 (列出計算式即可)。 (4%)
- (三) 此檢定之自由度為何? (3%)

四、假設汽車到某加油站加油的件數符合Poisson，而且平均每5分鐘三部，試問在10:00-10:05之間

- (一) 至少有一部車到此加油站加油的機率是多少? (4%)
- (二) 有兩部車進站加油的機率是多少? (3%)

五、某農場有許多塊大小、狀況完全相同的田地，去年平均每塊田地收穫量是100公斤、標準差是12公斤。

- (一) 假設今年收穫量仍滿足常態分配且其平均數與標準差都與去年相同
- (a) 問隨機抽到一塊田則其收穫量高於112公斤的機率是多少？(4%)
- (b) 如果是隨機抽40塊田則此40塊的平均收穫量高於112公斤的機率又是多少？(4%)
- (二) 為了想了解今年的平均收穫量是否比去年高，隨機抽取40塊田來做決策
- (a) 寫出虛無假設、對立假設。(4%)
- (b) 如果定顯著水準是 $\alpha=0.01$ 、則請寫出其棄卻域。(4%)
- (c) 如果抽樣40塊得樣本和 $\sum x_i=4200$ 、樣本平方和 $\sum x_i^2=445719$
- (i) 求樣本平均數及標準差。(4%)
- (ii) 在 $\alpha=0.01$ 下對(a)的問題做檢定。(4%)
- (iii) 求P值。(4%)
- (iv) 求 μ 的99%信賴區間。(4%)
- (v) 求 σ 的95%信賴區間。(4%)
- (vi) 在 $\alpha=0.05$ ，試檢定今年的收穫量之標準差與去年是否相同？(4%)
- (vii) 如果今年的平均收穫量確實是112公斤，試問(ii)題檢定力如何？(4%)
- (三) 有位同學主張，當今年隨機抽到的40塊田平均收穫量高於112公斤時，就說今年確實比去年高，否則就說今年沒有比去年高，如果以此同學的決策，則其對應的型I誤差是多少？(4%)

標準常態分配

附表：

		Selected Percentiles							
Cumulative probability A: $\Phi(z)$.90	.95	.975	.98	.99	.995	.999	
$z(A): 1.0$		1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	3.090	

Percentage Points of the t Distribution*										
α	.40	.25	.10	.05	.025	.01	.005	.0025	.001	.0005
30	.256	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	.255	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551

Percentage Points of the χ^2 Distribution*										
α	.995	.990	.975	.950	.500	.050	.025	.010	.005	
30	13.79	14.95	16.79	18.49	29.34	43.77	46.98	50.89	53.67	
40	20.71	22.16	24.43	26.51	39.34	55.76	59.34	63.69	66.77	

六、以一福特汽車分別注入四種不同牌子之汽油一加崙，各作三次試驗，得行走之哩程如表所示：

		T_i			
汽 油	A	20	23	23	66
	B	17	20	20	57
	C	16	17	24	57
	D	21	26	25	72

若已求得 $SS(Tr)=54$ ， $SST=118$ ，

$T_{..}=252$

- (一) 寫出 SST 及 $SS(Tr)$ 之計算式。(5%)
- (二) 以 $\alpha=0.05$ 檢定各不同牌子汽油間有無顯著性的差異？已知臨界值為4.07。(5%)