

1. (a) 求極限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos(\frac{1}{x})}{\sin x}$ . (10%)
- (b) 設  $y = f(x) = x^3 + 3x - 16$ . 試求  $f$  之反函數於  $y = -2$  之導數. (10%)
2. 求下列各積分值:
- (a)  $\int_0^1 \frac{3x+5}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$ ; (10%)
- (b)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^0 e^{2x} \cos(3x) dx$ . (10%)
3. 設  $f(x) = (x-2)^5(2x+1)^4$ . 試討論函數  $f$ : (1) 遞增、遞減的情形; (2) 凹凸的情形; (3) 局部(相對)極值的點; (4) 反曲點; (5) 綜合(1)~(4)的資料, 試繪出函數  $f$  的圖形走勢. (15%)
4. (a) 設  $p > 0$ , 試問序列  $\{\sqrt[p]{p}\}$  是否收斂? 若收斂, 並求出其極限. (7%)
- (b) 試討論級數  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{nx}{e^{nx}}$  之收斂與發散性質. (8%)
5. (a) 試利用三重積分法求以  $r$  為半徑的球體體積. (7%)
- (b) 試求圓  $r = \cos \theta$  所圍之區域與心臟線  $r = 1 - \cos \theta$  外部共同部份之面積. (8%)
6. 設長方體  $R$  之三相鄰邊分別落在正向的  $X, Y$  及  $Z$  軸上, 而其一頂點則在平面  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  上. (其中  $a, b$  及  $c$  為三非零實數). 試求此長方體之最大體積為何? (15%)