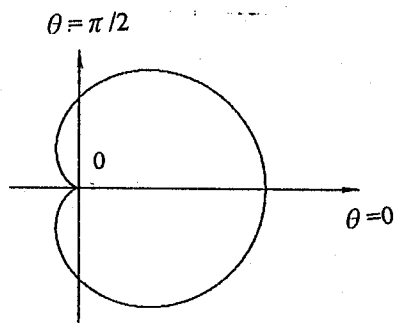


1. 右圖是極坐標函數  $r = 2 + 2 \cos \theta$  的曲線，請計算它所包圍的面積。(12%)



2. (a) 求  $\int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$ 。(8%)

(b) 求  $\int x \ln x dx$ 。(8%)

3. (a) 求  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$ 。(8%)

(b) 求  $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt$ 。(8%)

4. 求  $\int_C [(\frac{1}{3}y^3 - xy + 2y) dx + (xy^2 - \frac{1}{2}x^2 + 4) dy]$ 。

其中  $C$  為圓心在原點，半徑為 2 的圓，積分為反時針方向。(12%)

5. 設  $f(x) = e^x(1-x)$ 。求  $f(x)$  的極值，反曲點，並繪製簡單圖形。(12%)

6. 將下列積分轉變為極坐標，請證明

(a)  $I = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)/2} dx dy = 2\pi$ 。(10%)

(b) 從 (a) 的結果，求  $\int_0^{\infty} e^{-x^2/2} dx$  的值。(6%)

7. 設  $f(x) = (1+x^2)^{-1}$ ，

(a) 求  $f(x)$  的 Maclaurin 級數，並求其收斂半徑及收斂區間。(10%)

(b) 求已知  $d(\tan^{-1} x) = (1+x^2)^{-1} dx$ ，由 (a) 求  $\tan^{-1} x$  的 Maclaurin 級數。(6%)

(總分 100%)