

1. (a) 求 $y' + 3y'' + \frac{25}{4}y = 2x$ 的通解。 (7%)

(b) 求 $x^2y'' - 2xy' + 2y = \frac{12}{x^2}$ 的通解。 (8%)

2. 設 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ ，求線積分

$$\int_c \nabla f \cdot dr$$

其中 c 為螺旋曲線 $s(t) = \cos t i + \sin t j + tk$ 上由 $t = 0$ 至 $t = 2$ 的部分。

(10%)

3. 設 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + e^{x+y-\sqrt{z}}$

$$\text{求 } \lim_{d(T) \rightarrow 0} \frac{1}{V(T)} \iint_T \frac{\partial f}{\partial n} dA$$

其中 T 為球心在 $(1, 1, 2)$ 的球面；

$V(T)$ 為 T 所包圍的體積；

$d(T)$ 為 T 之直徑；

$\frac{\partial f}{\partial n}$ 為 f 在球面 T 上的垂直向外方向導數 (outer normal

directional derivative)。(15%)

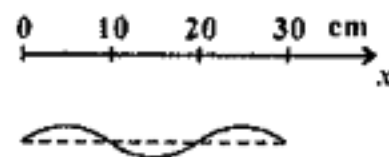
4. 設 $i = \sqrt{-1}$ ，

(a) 求 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{2}i\right)$ 。(7%)

(b) 設 z 為複數，若 $\sin z = 2$ ，求 z 的實部。(8%)

(背面仍有題目,請繼續作答)

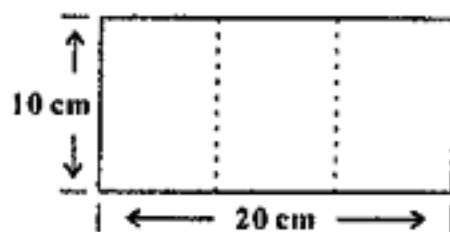
5. 一根兩端固定的弦長 30 m，如右圖。此弦發生 4000 Hz 的振動時，節點 (node)



在 $x = 10$ cm 和 $x = 20$ cm。求弦的傳波速度 (取 3 位有效數字)。

(15%)

6. 右圖為一長方形鼓膜 (Rectangular membrane)，周圍固定，其傳波速度為 180 m/sec，振動時產生如虛



線所示的節線 (nodal line)，請計算振動頻率 (取 3 位有效數字)。

(15%)

7. 設 z 為複數， $i = \sqrt{-1}$ ，求

$$\oint_c \frac{e^{2z}}{(z-i)^4} dz,$$

其中 c 為複數平面上圓心為 i ，半徑為 2 的圓。

(15%)