

1. 求微分方程式  $\frac{dy}{dx} - xy = 2x$ ,  $y(0) = 2$  的特解。 (8%)
2. 求  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 5y = \sin 3x$  的通解。 (12%)
3. 求  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 4x$  的通解。 (12%)
4. 設  $\mathbf{F} = [x^3 + 4\cos x, y^3 + 2y\sin x, z^3 + 2z\sin x]$ ,  
求  $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dA$ , 其中  $S$  為球形  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  的表面,  $\mathbf{n}$  為向外法向量。  
(12%)
5. 設  $\mathbf{F} = [2y - 2z, 2z - 2x, 2x - 2y]$ ,  
設  $C$  為橢球形  $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = r^2$  與平面  $x + 2y + 2z = 0$  相交的曲線,  
 $a(r)$  為平面  $x + 2y + 2z = 0$  被橢球形  $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = r^2$  包圍的面積, 求  
 $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{a(r)} \oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ 。其中積分為反時針方向。 (12%)
6. 設  $f(x) = x$ , if  $-2 \leq x \leq 2$ ,  
 $f(x+4) = f(x)$ ,  
求代表  $f(x)$  的 Fourier series。 (12%)
7. 設  $i = \sqrt{-1}$ ,  
(a) 若  $z = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ , 求  $\ln z$   
(b) 若  $z$  為複數,  $\cos z = \cosh 2$  ( $\approx 3.762196$ ), 求任何一個滿足此條件的  $z$ 。 (14%)
8. 設  $z$  為複數,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $I = \oint_C \frac{z^2 + 1}{z^2 + 4} dz$ , 其中積分為反時針方向。  
(a) 若  $C$  為  $|z - 2i| = 1$  代表的圓, 求  $I$ 。  
(b) 若  $C$  為  $|z + 2i| = 1$  代表的圓, 求  $I$ 。  
(c) 若  $C$  為  $|z| = 1$  代表的圓, 求  $I$ 。 (18%)