

1. (a) 求微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = 3x$ 之通解。(10%)
- (b) 已知上述之微分方程式之定義域為 $0 \leq x \leq 1$ ，並且邊界條件為 $y(0) = 1$ 與 $y(1) = 2$ ，則其解為何？(10%)
2. (a) 計算球體 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 之表面積。(10%)
- (b) 計算球體 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 落在圓柱體 $x^2 + y^2 = b^2, z \geq 0$ 內之表面積，此處 $b < a$ 。(15%)
3. (a) 計算 $\int_C (z+4)dz$, where C is $x=2t, y=4t-1, -1 \leq t \leq 1$ 。(10%)
- (b) 計算 $\oint \frac{z^2 + 3z + 2i}{z^2 + 3z - 4} dz, |z|=2$ 。(10%)
4. 若 x 表為下列式
- $$x = a_0 + \sum_{i=1} \{a_i \cos(ix) + b_i \sin(ix)\}, -\pi \leq x \leq \pi,$$
- 則係數 a_0, a_i 與 b_i 值為何？(15%)
5. 解偏微分方程式 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, 0 \leq x \leq 1, t > 0, u(0,t) = u(1,t) = 0,$
- $$u(x,0) = 10 \text{。} (20\%)$$