

編號: 61 系所: 地球科學系

科目: 微積分

本試題是否可以使用計算機:  可使用,  不可使用 (請命題老師勾選)

1. 求積分  $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$ . (10分)
2. 求積分  $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx$ . (10分)
3. 求極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$ . (10分)
4. 設冪級數  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ , 求其收斂範圍, 並求其和. (10分)
5. 設函數  $f(x) = \sec x + \arctan \frac{x}{\pi}$ . 欲求  $f(x) = 0$  之解, 今以  $x_0 = \pi$  為初始值, 請利用 Newton 迭代法, 求下一個值  $x_1$ . (10分)
6. 拋物線  $y^2 = x$ , 將單位圓  $x^2 + y^2 = 2$  分為兩部分, 求此二部分面積之比. (10分)
7. 試証函數  $v(x, y) = u\left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2}\right)$ , 其中  $u(x, y) = \ln \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$  ( $a$  及  $b$  為常數) 滿足拉普拉斯方程,
 
$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0. \quad (10分)$$
8. 設函數  $f(x, y) = 4x - 6y$ ,  $(x, y)$  滿足條件  $x^2 + 4y^2 \leq 4$ , 求此函數之絕對極值. (10分)
9. 設方程式  $x^2 + y^2 = 25$ , 求  $\frac{d^2y}{dx^2}$  在  $(x, y) = (4, -3)$  時之值. (10分)
10. 求  $\iint_R e^{(y-x)^2} dA$ , 其中  $R$  為由  $y = -2x$ ,  $x = 0$  及  $y = x+1$  所圍之三角形區域. (10分)