

系所組別： 地球科學系

考試科目： 微積分

考試日期： 0307，節次： 2

※ 考生請注意：本試題 可 不可 使用計算機

1. 求極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2 \sec x} \right)$. (10%)

2. 求極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt$. (10%)

3. 求積分 $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx$. (10%)

4. 求積分 $\int \tan^3 x \sec^5 x dx$. (10%)

5. 求冪級數 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(n+1)2^n}$ 之收斂區間. (10%)

6. 求重積分 $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{x^2 + y^2 + 1} dy dx$. (10%)

7. 求重積分 $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 e^{y^3} dy dx$. (10%)

8. 令函數 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases}$

試問(a) f 是否於 $x = 0$ 連續? 說明之. (5%)

(b) f 是否於 $x = 0$ 可微? 說明之. (5%)

9. 設一曲線滿足方程式 $y = x^2, z = x^3$, 求在點 $P(1, 1, 1)$ 之切線方向之單位向量. (10%)

10. 設函數 $f(x, y) = xy - \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{4}y^4$, 求其相對極值與鞍點. (10%)