

系所組別：物理學系

考試科目：近代物理學

考試日期：0219，節次：3

※ 考生請注意：本試題 可 不可 使用計算機

## 每題十分

(1) 考慮一個在諧振子位能中的帶電粒子，其諧振子罕米吞 (Hamiltonian) 算符為  $H_0 = p^2/2m + m\omega^2 x^2/2$ ，所受的靜電場使得作用能量為  $H_1 = q\mathcal{E}x$ 。

- (a) 計算以  $q\mathcal{E}$  計，第  $n$  能階的一階能量偏移。(5%)  
 (b) 計算以  $q\mathcal{E}$  計，第  $n$  能階的二階能量偏移。(5%)

(2) 考慮矩陣

$$M_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) 求矩陣  $M_3$  的本徵值與本徵向量。(5%)  
 (b) 求使得  $M_3$  對角線化的么正矩陣 (unitary matrix)  $U$ 。(5%)

(3) 下式正確嗎？如果正確請證明，如果不正確請寫出正確的等式後證明之。

$$e^{aA+bA^\dagger} = e^{aA} e^{bA^\dagger} e^{-ab/2}$$

此處  $a$  和  $b$  為二實數

(4) 若一與自旋有關的位能

$$V(r) = V_1(r) + (1/\hbar^2) \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 V_2(r)$$

被發現存在於中子-質子系統中。試求氘的基態是  $S=1$  態，而非  $S=0$  態的條件為何？

(5) 對無限位能井中的粒子

$$V(r) = \begin{cases} 0 & r \leq a \\ \infty & r > a \end{cases}$$

其能量的本徵函數

$$U_{nl}(r) = A j_l(k_{nl}r) Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

是相互垂直的，當  $m \neq n$  時，

$$\int_0^1 r^2 dt j_l(\alpha_{mt}) j_l(\alpha_{nt}) = 0$$

這一個積分式子正確嗎？若正確請證明，若不正確，請給出正確的積分。

(6) 寫出瑞利-瓊斯的輻射法則 (Rayleigh-Jeans radiation law) 並詳細推導之。

(7) 何謂波爾的對應原理 (Correspondence Principle)，試舉一例以說明之。

(背面仍有題目，請繼續作答)

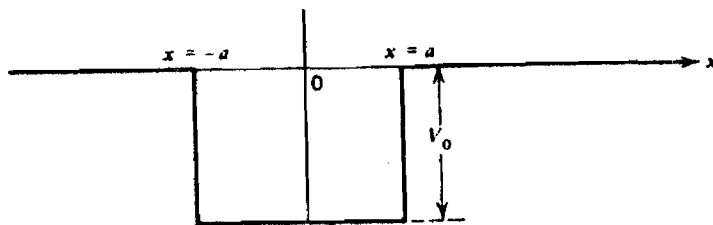
系所組別： 物理學系

考試科目： 近代物理學

考試日期：0219，節次：3

※ 考生請注意：本試題 可 不可 使用計算機

(8) 試證在一維位能井(potential well)中至少有一個束縛態。



(9) 何謂「巴什瓦定理(Parseval's theorem)」？證明之。

(10) 試以波爾的氫原子模型定量地說明巴耳末線系 (Balmer series).