

系所組別：物理學系

考試科目：近代物理學

考試日期：0308 · 節次：3

※ 考生請注意：本試題  可  不可 使用計算機

(1) 設  $\psi_k(x, t)$  為一波數 (wave number) 為  $k$  的平面波。疊加各種不同  $k$  值的平面波，可形成波包 (wave packet)，其形態如下

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dk A(k) \psi_k(x, t)$$

$$\begin{aligned} \text{若 } A(k) &= N & -K \leq k \leq K \\ &= 0 & \text{其它之處} \end{aligned}$$

計算  $\psi(x, 0)$ 。(10%)

(2) 何謂康普頓效應 (Compton effect)? (5%) 以圖形簡單地說明康普頓效應的「實驗結果」。(5%) 詳細地分析此一實驗結果。(10%)

(3) 何謂「舊的量子論 (old quantum theory)」? (5%)

這個理論是由誰提出的? (2%)

舊的量子論失敗的主要因素為何? (3%)

試以一例以說明舊的量子論。(5%)

(4) 何謂「對應原理 (Correspondence Principle)」? (2%)

這個理論是由誰提出的? (3%)

試以一例以說明對應原理。(5%)

(5) 證明投影算符 (projection operator) 是非負的 (positive definite)。(10%)

(6) 證明  $(x \pm iy)^m$  是  $L_x$  的本徵函數。(10%)

(7)

(i) 在古典(或經典)物理，氫原子中一個繞著圓軌道運動的電子，由於是一個加速度運動，所以會輻射能量，逐漸靠近質子，最後會以螺旋狀地落入原子核。波爾 (Niels Bohr) 的氫原子模型中，只有某些電子軌道是穩定的，在這些軌道中，電子不以任何形式輻射能量，換言之，在穩定的電子軌道中電子的能量為定值。試詳細推導出穩定的電子軌道的半徑。(10%)

(ii) 超導環中的超導電流可維持超過幾百年。這種繞著圓軌道運動的電子，會輻射能量嗎? 如果不會請說明其理由? (5%)

(8) 對一諧振子 (Harmonic Oscillator)

$$H = p^2/(2m) + (1/2)m\omega^2 x^2$$

試求

$$\langle n | x^2 | n \rangle \text{ 和 } \langle n | p^2 | n \rangle$$

此處  $|n\rangle$  為  $H$  的本徵態 (eigenstate)。(10%)