1、函數 $f(t)$ 之 Laplace Transform 爲 $L\{f(t)\}=\ln\left(\dfrac{s-2}{s-3}\right)$，求函數 $f(t)$。(15%)

2、微分方程式 $y'''+5y''=0$ 給予初值條件 $y(0)=1$、$y'(0)=0$、$y''(0)=0$，求函數 $y(t)$。(15%)

3、給予聯立微分方程組和初值，求解 $x(t)$、$y(t)$、和 $z(t)$：(20%)

$$\begin{cases} x'=4x+y+3z \\ y'=x-z \\ z'=3x-y+4z \end{cases}，\quad 初值爲 \begin{cases} x(0)=1 \\ y(0)=0 \\ z(0)=0 \end{cases}$$

4、2 x 2 矩陣 $\exp\left(ix\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} A(x) & B(x) \\ C(x) & B(x) \end{bmatrix}$。請求函數 $A(x)$、$B(x)$、$C(x)$、和 $D(x)$。(15%)

5、向量場 $\vec{V}(\vec{r})$ 在圓柱座標 (r,ϕ,z) 的形式爲

$$\vec{V}(\vec{r})=3r^2z\sin\phi\,\hat{r}+r^2z\cos\phi\,\hat{\phi}+(r^3\sin\phi-3z^2)\,\hat{z}\quad,$$

其中 $\hat{r}$、$\hat{\phi}$、和 $\hat{z}$ 爲三個單位向量。

(a) 證明向量場 $\vec{V}$ 是一個 irrotational 向量場（旋轉量爲零）。(10%)

(b) 求此向量場的線積分 $\int_C \vec{V}\cdot d\vec{r}$，路徑 C 爲連接點 (2,0,1) 到 點 (0,2,1) 的一直線。(10%)

6、用 residue 定理求積分值 $I=\int_0^\infty \dfrac{x^2}{x^4+1}dx$。(15%)