

近代物理

Physical constants:

Avogadro's number: $N_a = 6.02 \times 10^{23}$ particles/molCoulomb constant: $k = 8.987 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ Mass of electron: $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$ Mass of neutron: $M_n = 1.674929 \times 10^{-27} \text{ Kg} = 939.6 \text{ MeV}$ Mass of unit: $u = 1.66 \times 10^{-27} \text{ Kg}$ Speed of light: $c = 299792458 \text{ m/s}$ Fine structure constant: $\alpha = 7.297 \times 10^{-3}$ Permeability of free space: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ Boltzmann's constant: $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ Fundamental charge: $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ Mass of proton: $M_p = 1.672623 \times 10^{-27} \text{ Kg} = 938.3 \text{ MeV}$ Mass of pion: $M_{\pi^-} = 139.6 \text{ MeV}$ Planck's constant: $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ Constant of gravitation: $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$ Gas constant: $R = 8.3 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$

共五題，請將答案寫在答案紙上，敘述或計算務必詳盡明確。

一. 下列實驗或現象建立了哪些近代物理的理念？(不必詳述實驗內容)

- (a) 黑體輻射(Black Body Radiation) (5分)
- (b) 康普頓效應(Compton Effect) (5分)
- (c) 電子繞射(Electron Diffraction) (5分)
- (d) 穿隧效應(Tunneling Effect) (5分)
- (e) 零點能量(Zero Point Energy) (5分)

二. 愛因斯坦的狹義相對論中，時間和空間滿足 Lorentz 轉換。若觀察者 S 與 S' 中分別以座標 $\bar{X} = (x, y, z, t)$ 和 $\bar{X}' = (x', y', z', t')$ 來表示，S' 對 S 有一相對速度 u 向 +x 方向。

(a) 如果以矩陣形式來表示從 S 到 S' 的轉換，即 $\bar{X}' = R\bar{X}$ ，其中 R 是一個 4×4 的矩陣。

請寫出轉換矩陣 R (用 $\beta = \frac{u}{c}$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$ 來表示) (5分)

(b) 求出 R 的反矩陣 R^{-1} 即 $R R^{-1} = 1$ (5分)

(c) 驗證 R^{-1} 滿足從 S' 到 S 的轉換，即 $\bar{X} = R^{-1}\bar{X}'$ (5分)

(背面仍有題目,請繼續作答)

三. 當我們利用 Schrödinger 方程式解一維的簡諧震盪時，會得到 Eigen values :

$$E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega \text{ 和 Eigen functions } \Psi_n = \frac{1}{2^n n! \sqrt{\pi}} H_n(y) e^{-\frac{y^2}{2}}, \text{ 其中 } y = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x, H_0(y) = 1,$$

$$H_1(y) = 2y, H_2(y) = 4y^2 - 2 \dots$$

(a) 請畫出一維簡諧震盪的位能曲線和最低三個能階的 Eigen values 和 Eigen functions. (10 分)

(b) 在(a)中，請列出三項是古典力學無法解釋的並加以說明。(10 分)

四. (a)請描述二極體雷射(Diode laser)的特性。(10 分)

(b)什麼是決定二極體雷射輻射出不同波長光子的主要因素?(10 分)

五. 一個脈衝雷射可以被壓縮到大約 10fsec (fsec = 10^{-15} sec)。

(a) 脈衝在真空中所佔有的空間大約是幾公尺?(10 分)

(b) 利用測不準原理，估計此脈衝光子能量的不準度約是多少 eV?(10 分)