

# 臺灣綜合大學系統

108 學年度 學士班

轉學生聯合招生考試

## 試 題

類組：D38

科目名稱：統計學

科目代碼：D3891

臺灣綜合大學系統 108 學年度學士班轉學生聯合招生考試試題

科目名稱	統計學	類組代碼	D38
		科目碼	D3891

※本項考試依簡章規定各考科均「不可以」使用計算機 本科試題共計 3 頁

請於答案卷上作答，否則不予計分

一、 單選題(每題 5 分)

1. 暴龍與勇士在總冠軍賽(採取 7 戰 4 勝制)打得難分難解，假設兩隊實力相當，目前戰況是暴龍以 2:1 領先，若因某些原因無法再繼續比賽，試問該如何分配兩隊的獎金才公平。
  - (a) 暴龍隊拿取所有的獎金。
  - (b) 兩隊平分獎金。
  - (c) 暴龍隊拿 2/3 的獎金、勇士隊拿 1/3 的獎金。
  - (d) 暴龍隊拿 3/5 的獎金、勇士隊拿 2/5 的獎金。
  - (e) 暴龍隊拿 4/7 的獎金、勇士隊拿 3/7 的獎金。

2. 假設  $X_i \sim N(\mu, \sigma^2), i = 1, \dots, n$ ，且這些隨機變數相互獨立。令  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ,

$S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  表示樣本平均與樣本變異數。試問以下選項何者正確。

- (a)  $\bar{X} = \mu$ 。
  - (b)  $S = \sigma^2$ 。
  - (c)  $(\bar{X} - \mu) / \sqrt{S/n}$  服從常態分佈。
  - (d)  $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / S$  服從卡方分佈。
  - (e)  $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / \sigma^2$  服從卡方分佈。
3. 假設  $X_i \sim U(0, \theta), i = 1, \dots, n$ ，且這些隨機變數相互獨立。試問何者正確。
    - (a)  $\bar{X}$  為  $\theta$  的充分統計量。
    - (b)  $X_{(1)} = \min\{X_1, \dots, X_n\}$  為  $\theta$  的充分統計量。
    - (c)  $X_{(n)} = \max\{X_1, \dots, X_n\}$  為  $\theta$  的充分統計量。
    - (d)  $\bar{X}$  為輔助統計量。
    - (e)  $X_{(n)} - X_{(1)}$  為輔助統計量。
  4. 假設機率質量函數  $f(x|\theta)$  如下表，其中  $x$  及  $\theta$  的取值範圍分別為  $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}, \theta \in \{1, 2, 3\}$ 。

$x \setminus \theta$	1	2	3
1	1/3	1/4	0
2	1/3	1/4	0
3	0	1/4	1/8
4	1/6	1/4	1/2
5	1/6	0	3/8

試問以下  $\theta$  的最大概似估計值(maximum likelihood estimator)何者為真。

- (a)  $\hat{\theta}(1) = 1$ 。
- (b)  $\hat{\theta}(2) = 2$ 。
- (c)  $\hat{\theta}(3) = 3$ 。
- (d)  $\hat{\theta}(4) = 4$ 。
- (e)  $\hat{\theta}(5) = 5$ 。

臺灣綜合大學系統 108 學年度學士班轉學生聯合招生考試試題

科目名稱	統計學	類組代碼	D38
		科目碼	D3891

※本項考試依簡章規定各考科均「不可以」使用計算機 本科試題共計 3 頁

二、 複選題(每題 10 分，答錯倒扣 2 分，最多扣至當題 0 分為止)

1. 假設  $A_1 \subset A_2 \subset A_3$ ，並且已知  $P(A_1) = \frac{1}{4}$ ， $P(A_2) = \frac{5}{12}$ ，以及  $P(A_3) = \frac{7}{12}$ ，試問以下哪些選項正確。

(a)  $P(A_1^c \cap A_2) = \frac{1}{6}$ 。

(b)  $P(A_1^c \cap A_3) = \frac{1}{3}$ 。

(c)  $P(A_2^c \cap A_3) = \frac{7}{12}$ 。

(d)  $P(A_1 \cap A_2^c \cap A_3^c) = \frac{1}{4}$ 。

(e)  $P(A_1^c \cap A_2^c \cap A_3^c) = \frac{3}{4}$ 。

2. 當你執行一次迴歸分析，利用 Excel 跑出來的表格如下：

Summary Output

R Square	0.5
Observation	22

ANOVA

	df	SS	MS	F	significance
Regression	?	(A)	?	(C)	?
Residual	?	?	(B)		
Total	?	1260			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value
Intercept	(D)	20	2.8	0.0312
x	(E)	1.5	-3.2	0.0045

試問以下五個空格的數值哪些是正確的？

(A) 630      (B) 31.5      (C) 10      (D) 56      (E) 4.8

3. 目前有兩位候選人參加初選，採用手機與市話進行民意調查，假設每位受訪者皆會做出選擇(無廢票)的情況下，兩種調查分別訪查了 1068 位手機與市話民眾的意願，其中手機民調支持第一位候選人的有 567 位，約是 53.1% 的支持率；市話民

背面有題，請繼續作答。

臺灣綜合大學系統 108 學年度學士班轉學生聯合招生考試試題

科目名稱	統計學	類組代碼	D38
		科目碼	D3891

※本項考試依簡章規定各考科均「不可以」使用計算機 本科試題共計 3 頁

調支持第二位候選人的有 555 位，約是 52% 的支持率。在 95% 的信心水準下，得到兩種民調的誤差皆為 0.03，試問下列選項哪些是正確的。

- (A) 若只看手機民調，有 95% 的機率第一位候選人會勝選。
- (B) 若只看市話民調，有 95% 的機率第二位候選人會勝選。
- (C) 若將兩者民調合一，有 95% 的機率第一位候選人會勝選。
- (D) 只要調查的人數相同、且信心水準也相同，就會得到相同的誤差。
- (E) 其他的條件相同的情況下，若降低信心水準，則誤差會降低。

三、 計算題(需有解題過程，無過程將酌予扣分)

1. (10%) 假設  $A$ 、 $B$ 、 $C$  為三個獨立的隨機變數，皆服從  $U(0,1)$  的分佈，試求方程式  $Ax^2 + Bx + C = 0$  有實根的機率。  
(提示：若  $X$  是  $U(0,1)$  分佈，則  $-\log X$  則服從指數分佈)。

2. 假設學生每日上網的時間(單位：小時)服從截尾指數分佈，其機率密度函數為：

$$f(x) = c \exp\left\{-\frac{x-\mu}{\sigma}\right\}, \quad x \geq \mu, \mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0.$$

- (a) (5%) 試求出  $c$  使得  $f(x)$  為一合理的機率密度函數。
  - (b) (10%) 假設隨機調查  $n$  位學生的上網時間為  $X_1, \dots, X_n$ ，試求出參數  $(\mu, \sigma)$  的最大概似估計值(maximum likelihood estimator)。
  - (c) (10%) 若家長想知道這  $n$  位學生上網的時間至少為 5 小時( $\mu \geq 5$ )是否顯著，則在顯著水準  $\alpha = 0.05$  的情況下，請寫出上述的假設檢定與拒絕域。
3. 假設  $X_1, \dots, X_n$  為一組由指數分佈  $\mathcal{E}(\theta)$  所產生的隨機樣本，又假設  $\theta$  的事前分佈為  $\mathcal{E}(\beta)$ ，其中  $\beta > 0$  為已知的常數。
    - (a) (5%) 試求出  $\theta$  的後驗分佈(posterior distribution)。
    - (b) (10%) 試求出  $\theta$  的  $1 - \alpha$  貝式信賴區間(給定  $X_1, \dots, X_n$  的情況下、 $\theta$  的  $1 - \alpha$  信賴區間)。
 註：若  $X$  服從指數分佈  $\mathcal{E}(\theta)$ ，則  $E(X) = \theta^{-1}$ 。