注意:

題目中有關常態分配一律以 $N(\mu,\sigma^2)$ 的方式呈現.

所以如 $N(10,5^2)$ 變異數是 25, 標準差是 5; 然而 $N(10,5)$ 則變異數是 5, 標準差是 $\sqrt{5}$.

一、是非題: (每題2分, 將題號寫在答案卷上, 對者答 O, 錯者答 X)

1. 在變異數已知的情況下, 對常態分配之未知平均數所作 95% 的信賴區間, 其區間寬度完全由樣本數來決定.
2. 全班 10 位修課同學的期中考成績適合用直方圖來表示.
3. 均等分配的中位數是等於其全距之半.
4. 對 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$, 因爲常態分配爲對稱, 所以我們有 $\Pr(X \le -1) = \Pr(X \ge 1)$.
5. 由於樣本數的增加, 樣本平均數更接近於母體平均數, 這是根據中央極限定理.
6. 對於 $N(\mu,2^2)$, 我們有 $f(\dot{x}) = 1/\sqrt{8\pi}$, 其中 $\dot{x}$ 與 $f(\cdot)$ 分別是中位數與機率密度函數.
7. 我們需要檢查 77 組 (x,y) 所代入計算的 $\Pr(X=x, Y=y)$ 是否與 $\Pr(X=x)\Pr(Y=y)$ 相等, 方能確定 $X \sim \text{Binomial}(11,0.3)$ 與 $Y \sim \text{Binomial}(7,0.7)$ 相互獨立.
8. 我們可由變數 X 與 Y 之相關係數值的正或負, 來確定以 X 對 Y 作簡單直線迴歸模型中斜率值的正或負.
9. 莖葉圖適用在表示全校 1,256 位大一學生的英文測驗成績.
10. 以顯著水準爲 0.10 對常態分配之平均數 μ 所做的雙尾檢定, 棄卻了虛無假設 $\mu = 5$, 那麼 5 是不被包括在對 μ 的 95% 信賴區間之內.

二、填充題: (每格2分, 但格號後加有"*"者爲4分. 將格號寫在答案卷上作答.)

注意: 答案中

使用到題目中未出現的符號時, 必須予以說明.

能以計算式表示者以計算式表示, 計算值有小數位者取到小數第四位.

1. 若 $X_1, X_2, \ldots, X_{25} \overset{iid}{\sim} N(\mu_X, 2^2)$ 與 $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{36} \overset{iid}{\sim} N(\mu_Y, 3^2)$ 相互獨立.
   - 我們有 $\overline{X} - \overline{Y} \sim N\left(\boxed{A}, \boxed{B}\right)$, 以及 $\overline{X} - 2\overline{Y} \sim N\left(\boxed{C}, \boxed{D}\right)$.
   - 對假設 NH: $\mu_X - \mu_Y \le 5$ 與 AH: $\mu_X - \mu_Y > 5$, 檢定統計量爲: $\boxed{E}/\sqrt{\boxed{F}}$, 在 NH 爲正確的情況下, 服從 $\boxed{G}$ 分配.

   現依據資料計算得: $\overline{x} = 11, \overline{y} = 5$, 且有 $z_{0.90} = 1.282, z_{0.95} = 1.645, z_{0.975} = 1.960$.

   - 對 $\mu_X - \mu_Y$ 之 90% 信賴區間爲: $\boxed{H} \pm \boxed{I}\sqrt{\boxed{J}}$.
   - 對 $\mu_X - 2\mu_Y$ 之 95% 信賴區間爲: $\boxed{K} \pm \boxed{L}\sqrt{\boxed{M*}}$.
2. 來自於 $N(\mu,\sigma^2)$ 的隨機樣本 $X_1, X_2, \ldots, X_{30}$, 對 NH: $\sigma^2 \ge 2$ 與 AH: $\sigma^2 < 2$ 作檢定工作:

(背面仍有題目,請繼續作答)

- 檢定統計量是 $\boxed{N}$, 在 NH 爲正確的情況下, 服從 $\boxed{O}$ 分配.

現有資料經整理計算得: $\sum_{i=1}^{30} x_i = 154.98$, $\sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 850.47$, $\sum_{i=1}^{30}(x_i - \overline{x})^2 = 49.8847$,

- 則檢定統計量之值等於 $\boxed{P}$, 檢定的結論是 $\boxed{Q}$.
- 假設已知 $\mu = 5$, 則檢定統計量是 $\boxed{R*}$, 在 NH 爲正確的情況下, 服從 $\boxed{S}$ 分配.
  那麼就上述所得的資料, 統計檢定量之值爲 $\boxed{T}$, 檢定的結論是 $\boxed{U}$.

附註: $\chi^2_{28,0.95} = 41.337$, $\chi^2_{30,0.95} = 43.773$, $\chi_{28,0.975} = 44.461$, $\chi^2_{30,0.975} = 46.979$.

3. 一種高精密機械元件的產量是平均每小時10個, 實際的生產數量由過去的資料顯示可由 Poisson(rate = 10) 來表示. 而每個所生產的元件均需做功能測試, 未能通過測試而被視爲不良品的機率則是1%. 那麼:
   - 一個小時能夠生產10個元件的機率是 $\boxed{V}$.
   - 在10個元件中檢測出2個不良品的機率是 $\boxed{W}$.
   - 在一個小時內取得10個元件且其中有2個是不良品的機率是 $\boxed{X}$.
   - 在一個小時的時間裡, 檢測出有2個不良品的機率是 $\boxed{Y*}$.
   - 可代表每小時可檢測出不良品個數的機率分配是 $\boxed{Z*}$.

4. 一篇論文宣稱: 新的處理程序可縮短一個重要的化學反應過程, 使完成的時間平均不到3分鐘. 由於該種化學反應所需要的時間已知是相當的不確定, 因此唸化學的男友頗爲懷疑這結論. 所以在上週末時, 依據該論文上的處理程序, 重複做了10次同樣的化學實驗. (因爲有個唸統計的女友, 所以知道重複觀察的重要性.) 得到該化學反應過程所需要的時間 (以分鐘計):

   $$1, \quad 6, \quad 17, \quad 1, \quad 10, \quad 4, \quad 11, \quad 3, \quad 9, \quad 4.$$

   陪在實驗室裡的妳, 當場自告奮勇的來協助男友對這一問題與實驗結果作統計分析:

   - 對這問題所做的假設爲 NH: $\boxed{a}$ 與 AH: $\boxed{b}$.
   - 使用 $\boxed{c}$ 爲檢定統計量, 在 NH 下, 服從的參考分配是 $\boxed{d}$.
   - 在與男友討論後同意設定顯著水準爲0.05, 檢定統計量之值是 $\boxed{e}$, 依據決策原則: $\boxed{f*}$, 可得到的結論是 $\boxed{g}$.
   - 這樣統計分析中最需要的假設是 $\boxed{h}$.
   - 該以 $\boxed{i}$ 來檢查實驗資料是否符合假設.

   說明:
   由於之前的一次液體翻倒意外, 使得在實驗室裡僅有的一本統計書, 其後面所附的機率表就只剩下四個值可看清楚 (經整理爲):

   $$z_{0.90} = 1.282, \quad z_{0.95} = 1.645, \quad t_{8,0.90} = 1.397, \quad t_{8,0.95} = 1.860,$$

   這些分別是標準常態分配以及 $t-$分配 (自由度爲8) 的0.90與0.95分位數. 至於第三次實驗所得的17分鐘, 男友堅持處理程序正確, 不同意視爲例外; 其實妳自己在場也同意他的看法.