

1. 填充題

(共計 60 分, 每格 2 分, 將格號 A, B, ..., 寫在答案卷上作答.)

注意: 能以計算式表示者以計算式表示, 計算值有小數位者取到小數點後第四位.

- 若 X 與 Y 為二隨機變數, 則 $\text{var}(X - Y) = \text{A}$.
- 若 X_1, X_2, \dots, X_5 為獨立且相同分配的隨機變數: 平均數為 μ , 標準差為 σ ; 則 $\text{var}(\bar{X}) = \text{B}$, $\text{var}(\sum_{i=1}^5 X_i) = \text{C}$.
- 對於相互獨立的 $X_i \sim \text{Bernoulli}(p)$, $Y = \sum_{i=1}^n X_i$, 則當 D 足夠大時, 依據 E , $(Y/n - \text{F}) / \sqrt{\text{G}} \sim N(0, 1)$.
- 用來表示集中趨勢的量值有: H , I , 與 J 等; 用來表示離散程度的量值有: K , L , 與 M 等.
- 統計數據的分組需兼顧 N 與 O 的原則.
- 離散分配的機率質量函數 $p(x)$ 必須滿足的條件有: P 與 Q .
- 連續分配之機密度函數 $f(x)$ 必須滿足的條件有: R 與 S .
- 任何累積分配函數 $F(x) = \text{Pr}(X \leq x)$ 必須滿足的條件有: T 與 U .
- 一作業系統每週發生故障的次數 X 的狀況為

x	0	1	2
$\text{Pr}(X = x)$.90	.08	.02

則

- 每週發生故障之平均次數為 V , 標準差為 W .
- 每月發生故障之平均次數為 X , 標準差為 Y .
- 兩週內發生故障之平均次數的分配為 Z .
- 對一隨機變數 $X \sim N(\mu, 100)$, 若使得 $\text{Pr}(\mu - 5 \leq \bar{X} \leq \mu + 5) = .9544$, 則樣本數 n 應需要是 a .
- 自一不良率為 2% 的生產線上隨機抽取 400 件成品, 檢驗出至多有 10 件為不良品的機率是:
 - 以二項分配計算 (僅寫計算式): b ;
 - 以 Poisson 分配來計算 (僅寫計算式): c ;
 - 以常態分配來計算 (僅寫計算式): d .

(背面仍有題目, 請繼續作答)

2. 計算題

(共計 40 分, 每小題分數寫於題目之後, 將題號 (a) i., (a) ii., ..., 寫在答案卷上作答.)

注意:

- 使用到題目中未出現的符號時, 必須予以說明;
- 能以計算式表示者以計算式表示, 計算值有小數位者取到小數點後第四位.

(a) 隨機變數 X 與 Y 的聯合機率分配 $\Pr(X = x, Y = y)$ 為:

	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$
$y = 0$	0	.2	.4
$y = 1$.4	0	0

則

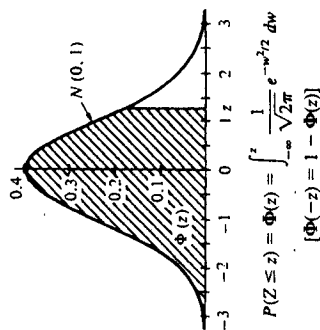
- $\Pr(X + Y = 2) = ?$ [5 分]
 - X 與 Y 的相關係數 $= ?$ [10 分]
- (b) 今年對管理學院大一同學所作之身高體重的抽樣調查, 計算 BMI (Body Mass Index): 體重 (公斤) 除以身高 (公尺) 的平方. 以常態機率圖來檢查所得的男生與女生的 BMI 數據, 並未發現有違反常態假設的情況. 因此我們將數據整理如下:

性別	人數	平均數	標準差
女生	21	19.93	1.63
男生	27	21.38	3.01

則

- 90% 男生的 BMI 的範圍是: [5 分]
- 女生的平均 BMI 是否的確低於 20? [10 分]
- 男生的平均 BMI 是否的確大於女生的平均 BMI? [10 分]

The Normal Distribution

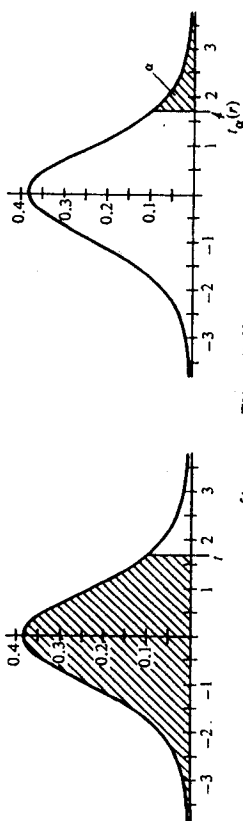


$$P(Z \leq z) = \Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-w^2/2} dw$$

$$[\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)]$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9932	0.9934	0.9936	
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974	0.9975
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9978	0.9979	0.9980	0.9981	0.9982	0.9983
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

The t Distribution



$$P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t \frac{\Gamma[(r+1)/2]}{\sqrt{\pi r} \Gamma(r/2) (1+w^2/r)^{(r+1)/2}} dw$$

$$[P(T \leq -t) = 1 - P(T \leq t)]$$

r	0.60	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	1.440	1.943	2.447	3.169	3.707
7	0.263	0.711	1.415	1.895	2.365	3.099	3.599
8	0.262	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.997
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
∞	0.253	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

This table is taken from Table III of Fisher and Yates: *Statistical Tables for Biological, Agricultural, and Medical Research*, published by Longman Group Ltd., London (previously published by Oliver and Boyd, Edinburgh), by permission of the authors and publishers.