

- 注意事項： 1. 答案一律寫在答案卷上，否則不予計分。  
2. 請標明題號，依序作答，不必抄題。  
3. 試題應隨同答案卷交回，不得攜出試場。  
4. 填空題每一小題五分，(2) ~ (5) 題每題十五分。

(1) 填空題：(說明：以下八小題僅須填入答案，不必書寫過程；①②兩題之解須表為區間或區間之聯集，否則不予計分。)

- 設  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x^2 < 2\}$ ，則  $A = \underline{\text{①}}$ ；
- 設  $B = \left\{a \in \mathbb{R} \mid \forall n \in \mathbb{N}, a > \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right\}$ ，則  $B = \underline{\text{②}}$ ；
- 設  $f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2 \tan x}{2x}, & \text{若 } x \neq 0, \\ k, & \text{若 } x = 0, \end{cases}$   
欲使  $f$  為一連續函數，則  $k = \underline{\text{③}}$ ；
- (續上題) 此曲線過點  $(0, k)$  之切線方程式為 ④；
- 五次多項式  $g(x)$  滿足  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - g(x)}{x^5} = 0$ ，則  $g(x) = \underline{\text{⑤}}$ ；
- 若  $n \in \mathbb{N}$ ，則  $\int_0^1 [nx] dx = \underline{\text{⑥}}$ ，其中  $[ ]$  表最大整數函數 (即高斯符號)。
- 不定積分  $\int x 2^x dx = \underline{\text{⑦}}$ ；
- 設路徑  $r$  為自點  $(a, 0)$  沿橢圓  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  之上半至點  $(-a, 0)$ ，內  $a, b$  皆為正數。則線積分  $\int_r (x dy - y dx) = \underline{\text{⑧}}$ ；

(2) 設  $f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = \sec x$ ， $A$  與  $B$  為直線  $y = b$ ，( $b > 1$ ) 與曲線  $y = f(x)$  之二交點， $F(b)$  為上述直線與曲線所圍區域之面積；次設  $G(b)$  為  $\triangle ABC$  之面積，其中之點  $C$  之座標為  $(0, 1)$ 。試求  $\lim_{b \rightarrow 1^+} \frac{F(b)}{G(b)} = ?$

(3) 設集合  $S$  為由曲線  $y = |x - 1|$  與  $2y = x^2 - 2x + 2$  所圍之區域。

- (a) 試求此二曲線之交點，並繪出  $S$  之圖形；
- (b) 試求函數  $f(x, y) = y$  在集合  $S$  上之二重積分。

(4) 設  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : f(x, y) = x^4 + ky^2 - x$ ，其中  $k$  為常數。

- (a) 試問哪些常數  $k$  使得  $f$  無極值 (extremum)？
- (b) 若  $k$  使  $f$  有極值，試問  $f$  於何處有相對極大值？於何處有相對極小值？

(背面仍有題目,請繼續作答)

$$(5) \text{ 設 } a_n = \begin{cases} \frac{1}{n}, & \text{若 } n \text{ 為正奇數,} \\ \frac{1}{(n-1)\ln n}, & \text{若 } n \text{ 為正偶數.} \end{cases}$$

試討論級數  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} a_n$  為絕對收斂、條件收斂或為發散。